

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Máster

**ANÁLISIS DEL SISTEMA OPTICO
FORMADO POR LA COMBINACION DE DOS
LENTES**

(Study on the optical system formed by the
combination of two lenses)

Para acceder al Título de

***Máster Universitario en Ciencia e
Ingeniería de la Luz***

Autor: Simón González Jiménez

Octubre - 2020



E.T.S. DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACION

MASTER UNIVERSITARIO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA LUZ

CALIFICACIÓN DEL TRABAJO FIN DE MASTER

Realizado por: Simón González Jiménez

Director del TFM: José María Saiz Vega, María Dolores Ortiz Márquez

Título: “Análisis del sistema óptico formado por la combinación de dos lentes”

Title: “Study on the optical system formed by the combination of two lenses”

Presentado a examen el día: 29 de octubre de 2020

para acceder al Título de

MASTER UNIVERSITARIO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA LUZ

Composición del Tribunal:

Presidente (Apellidos, Nombre): Cobo García, Adolfo

Secretario (Apellidos, Nombre): Conde Portilla, Olga María

Vocal (Apellidos, Nombre): Valle Herrero, Pedro José

Este Tribunal ha resuelto otorgar la calificación de:

Fdo.: El Presidente

Fdo.: El Secretario

Fdo.: El Vocal

Fdo.: El Director del TFM
(sólo si es distinto del Secretario)

Vº Bº del Coordinador

Trabajo Fin de Máster N°
(a asignar por Secretaría)

RESUMEN

El elemento de visión más básico que existe es la lente simple. Este objeto puede focalizar la luz o desviarla, permitiendo diseños clásicos como la lupa. Sin embargo, en cuanto se ahonda un poco más en diseños ópticos, puede verse una tendencia hacia aquellos que poseen dos lentes, desde el telescopio de Galileo o el de Kepler hasta el microscopio compuesto, pasando por el objetivo de tipo telefoto o el propio ojo humano.

El interés por sistemas con más de una lente se produce por dos motivos principales, caras de una misma moneda: por un lado, el aumento de las funcionalidades del sistema; por otro, la corrección de aberraciones y defectos del original.

El primero permite la introducción de parámetros que permiten obtener formas nuevas de usar el sistema, imposibles con menos lentes. En estos se incluyen el telefoto, el telescopio, el microscopio y el ojo, que abordan en condiciones muy distintas la formación de imágenes de formas que no se podrían conseguir con una lente simple.

El segundo se basa en la mejora de un sistema ya existente, mejorando sus características o corrigiendo defectos, como aumentar el campo, optimizar su respuesta ante distintas longitudes de onda, etc. En este apartado se incluyen el doblete acromático y la lente de campo, cuyos descriptivos nombres dan idea de su función.

La tesis defendida en el presenta Trabajo es que el paso de una lente a dos o, en casos específicos (lente de campo), de dos a tres, es el que aporta un mayor beneficio en relación al coste mecánico de introducir más componentes en el sistema, siendo el más básico para permitir evolucionar a un sistema a niveles superiores de funcionamiento. Para ello, se utilizarán tanto cálculos de óptica paraxial como herramientas informáticas de cálculo de sistemas ópticos como Zemax Optics Studio.

Índice

1. Introducción	
1.1 Motivación e hipótesis.....	págs. 1-4
1.2 Estructura del trabajo.....	págs. 4-5
2. Teoría	
2.1 Óptica paraxial.....	págs. 6-11
2.2 Aberraciones.....	págs. 11-14
2.3 Trazado de rayos mediante Zemax OpticStudio.....	págs. 14-16
3. Resultados	
3.1 Aumento de la focal: telefoto.....	págs. 17-23
3.2 Instrumentos de visión lejana y cercana.....	págs. 23-26
3.3 Ocular y lente de campo.....	págs. 27-35
3.4 Corrección de acromatismo: doblete acromático.....	págs. 35-43
3.5 Estudio de la acomodación en el ojo humano.....	págs. 43-53
4. Conclusiones.....	págs. 54-56
5. Bibliografía.....	págs. 57-60
6. Agradecimientos.....	pág. 61

1. Introducción

1.1 Motivación e hipótesis

Motivación

Desde el principio de la Historia, el interés por la óptica ha quedado patente en varios filósofos y filósofos naturales, pues está relacionada con algo tan fundamental como el sentido de la vista. Se han tenido hipótesis tan dispares como las de Euclides o Ptolomeo, que postulaban un sistema de visión con rayos saliendo del ojo, como las de Al-Kindi o Alhazen^[1.1.1], este último proponiendo que era la luz la que llegaba al ojo desde los objetos y cada “luz” tenía asociada la característica del color.

Centrándonos más en los instrumentos ópticos, su papel ha sido clave en la búsqueda del conocimiento. Sus prestaciones han crecido con el tiempo, pero también han crecido las exigencias de un mundo basado en el progreso del conocimiento. Los primeros instrumentos son incluso anteriores a los antiguos filósofos y sus hipótesis, y consistían en ojos artificiales para momias egipcias elaborados alrededor del año 2400 a.C.^[1.1.2]. Sin embargo, no aparecieron auténticos tratados de investigación sobre este tema hasta mediados del siglo XIII d.C., con el tratado *Opus Maius* de Roger Bacon^[1.1.3]. En dicho tratado se discute la fisiología de la visión, estudiando sistemas tales como espejos y lentes.

Los primeros telescopios aparecieron a finales del siglo XVI, como el de Hans Lipperhey^[1.1.4], modificado por Galileo en la década de 1600, al igual que los microscopios compuestos que aparecieron a principios del XVII^[1.1.5]. Como puede vislumbrarse, ya se tiene un aumento de la complejidad en los sistemas, con el paso de una única lente (Roger Bacon) a varias (telescopios y microscopios primitivos).

Si seguimos avanzando en la historia, vemos una explosión en el diseño óptico, dándose el pistoletazo de salida precisamente en el siglo XVII, con grandes avances como un telescopio refractor con lentes cóncavas^[1.1.6] o el famoso caso de John Dollond^[1.1.7], que diseñó y patentó un doblete acromático para telescopios, lo cual le llevó a un histórico pleito con C. Moor-Hall.

Por descontado, el desarrollo de la óptica continúa hasta nuestros días, con dispositivos como el LIDAR^[1.1.8], que usan la tecnología láser para generar imágenes del terreno de una manera equivalente a un sónar. No obstante, la creciente complejidad no se restringe a un instrumento semejante, teniendo oculares que en el pasado estaban formados por una o dos lentes ahora siendo elaborados con cinco, siete o incluso más^[1.1.9].

En resumen, en este camino hacia la excelencia de los instrumentos ópticos se han renovado los materiales, los diseños, las herramientas computacionales... y además se ha desarrollado toda una tecnología que lo acompaña. Como resultado de esa ‘carrera’, la complejidad de los sistemas ópticos ha aumentado de forma continua desde sus comienzos, y esto se cumple para todas las familias de instrumentos, en un proceso que parece no terminar nunca.

Por lo tanto, es tentador entender qué es lo que se gana al introducir nuevas lentes en un sistema. Estas, al fin y al cabo, representan nuevos grados de libertad, es decir, nuevas variables que, ajustándose, pueden llevar a la mejoría de la imagen obtenida. Esto, empero, conlleva un aumento de la complejidad mecánica del sistema, pues es más difícil tener 5 lentes en perfecto equilibrio que solo una. El equilibrio entre la complejidad y la calidad es la motivación fundamental de este Trabajo.

No solo eso, sino que, como ya se adelantó brevemente, entre una lente sola y sistemas con dos (telescopio, microscopio, doblete...) hay una enorme diferencia, con lo que este paso parece una pieza fundamental de la historia que merece ser estudiado.

Hipótesis

Como ya hemos comentado anteriormente, el paso de una lente a dos presenta una gran importancia en el aumento de las funcionalidades de un sistema. Sin embargo, esto puede llevarse al propio concepto de “elemento”. Se conoce como dioptrio a la unión entre dos superficies con propiedades ópticas diferentes, de forma que cuando la luz las atraviesa, su dirección se ve alterada. Esto es esencial para el estudio de la óptica, mas no se puede encontrar un sistema óptico real que funcione como un solo dioptrio (exceptuando el caso particular de los espejos), sino que este último tiene que combinarse con otro. Su unión es lo que se conoce como lente, el instrumento óptico más sencillo. Por lo tanto, ya en primera instancia vemos que el sistema mínimo real tiene que tener no una, sino dos superficies, añadiendo el grado de libertad consistente en tener un cuerpo físico.

En el otro extremo, tenemos instrumentos ópticos compuestos de diez, veinte, treinta vidrios, en una secuencia de diseño muy complejo, capaces de realizar funciones muy variadas. Estos grados de libertad son fundamentales en el desarrollo de la óptica, consiguiendo sistemas con una enorme complejidad. Un ejemplo puede verse en la Figura 1.1.1, donde se representa un diseño realista de lente compuesta para litografías^[1.1.10], método de impresión en tinta que requiere de una enorme precisión. No es ahora cuando hace falta fijarse en el funcionamiento del utensilio, sino apreciar lo complicado del sistema en comparación con una lente única o singlete.

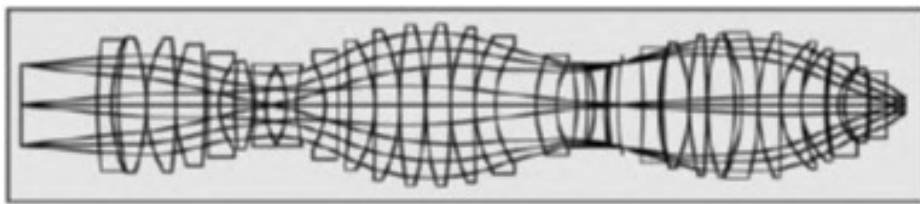


Figura 1.1.1: Diseño de lente para litografía.^[1.1.10]

El incremento de complejidad va por etapas, ya que cada elemento del sistema va añadiendo modificaciones. Es nuestro objetivo estudiar ese origen y ver qué ocurre en el primer paso posible desde una lente, así como la comparación con subsecuentes añadidos al sistema.

A modo de ejemplo, la Figura 1.1.2 muestra la evolución de la aberración esférica con el número de lentes en función del número de elementos de sistema. Como puede observarse, la variación desde un singlete a un doblete es más cuantiosa que el resto de cambios, dando mayor peso a la hipótesis barajada.

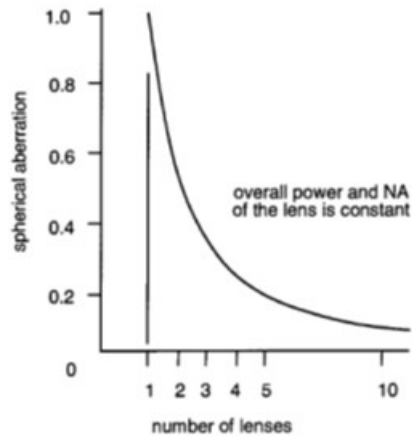


Figura 1.1.2: Aberración esférica en función del número de lentes de un sistema, partiendo de un singlete^[1.1.10].

En conclusión, lo que nos proponemos en este trabajo es analizar diferentes sistemas de dos lentes y mostrar que el primer paso, el paso de una a dos lentes, es el más importante de todos.

1.2 Estructura del trabajo

Para facilitar la lectura del presente Trabajo, se muestra a continuación la estructura del mismo:

- En el Capítulo 2 se presenta el cuerpo teórico sobre el cual se va a operar, introduciendo los conceptos de óptica paraxial y aberraciones, así como describiendo el trazado de rayos y su manejo mediante técnicas informáticas.
- En el Capítulo 3 es donde se entra a analizar sistemas de dos lentes que, por distintas razones, van a ser de interés para nosotros. Por orden: telefoto, telescopio/microscopio, lente de campo, doblete acromático y ojo humano. Tras cada apartado se hace una valoración de lo que ha aportado la transición de una a dos lentes.

- Finalmente, en el Capítulo 4 se procede a realizar un resumen de los resultados y conclusiones obtenidos a lo largo de este Trabajo, indicándose las posibles perspectivas de futuro del mismo.
- En el Capítulo 5 se presentan las referencias bibliográficas mencionadas en el texto.

2. Teoría

En este capítulo, se presenta una breve descripción de los conceptos necesarios para la correcta comprensión del trabajo. En primer lugar, se explicarán las leyes que regulan los sistemas ópticos desde la perspectiva de la óptica paraxial, es decir, trabajando con ángulos y aperturas pequeños y los principales parámetros que caracterizan un sistema óptico en estas condiciones. A continuación, se describirán las aberraciones o defectos que afectan a los sistemas ópticos reales y que los desvían de la formación ideal de las imágenes. Finalmente, se incluirá un apartado que muestre el software de trazado de rayos utilizado en este trabajo y los resultados que proporciona en cuanto a calidad de imagen de los sistemas modelizados.

2.1 Óptica paraxial

Las leyes más importantes que rigen el comportamiento óptico de los instrumentos ópticos formados por lentes y espejos son dos: la ley de la reflexión y la ley de la refracción. La primera establece que, al reflejarse la luz en una superficie el rayo incidente y el reflejado forman el mismo ángulo con la normal. La ley de refracción, o ley de Snell, se aplica en el paso de luz a través de una superficie que separa dos medios, uno con índice n y otro con índice n' , es decir, el paso por un dioptrio^[2.1.1]:

$$n \cdot \text{sen}(\varepsilon) = n' \cdot \text{sen}(\varepsilon') \quad (2.1)$$

Teniendo ε y ε' como los ángulos de incidencia y refracción, medidos respecto a la normal al dioptrio. El paso entre superficies queda ilustrado en la Figura 2.1.1, usando un dioptrio esférico.

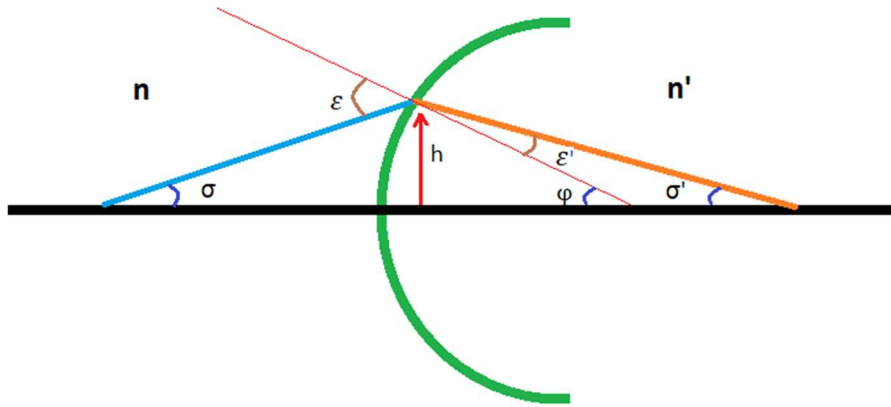


Figura 2.1.1: Dioptrio esférico genérico. Se considera que los rayos van de izquierda a derecha, y se indican los rayos incidentes (azul) y refractado (naranja).

La teoría óptica nos muestra que la obtención de sistemas perfectos basados en estas superficies, no es posible, si entendemos por tales los sistemas capaces de llevar la luz de un punto objeto a un punto imagen íntegramente y de generar espacios-imagen a semejanza de espacios-objeto. Esto, como se verá en siguientes apartados, está limitado por las diversas aberraciones que padece un sistema, limitando hasta de manera teórica cualquier sistema óptico, excepto el espejo plano, único sistema perfecto posible en el sentido más amplio.

Una condición básica y de gran ayuda para poder tener un buen comportamiento de partida es la paraxialidad del sistema, es decir, considerar ángulos con el eje y ángulos de incidencia muy pequeños, idealmente tendiendo a 0.

La primera consecuencia de esto es que la ley de Snell (Ec. 2.1) pasa a tener otra forma, aproximando el seno de una variable al valor de esa variable cuando esta tiene un valor muy pequeño:

$$n \cdot \varepsilon = n' \cdot \varepsilon' \quad (2.2)$$

Esta expresión aproximada no es la única relación que se saca en un régimen paraxial. Teniendo en cuenta que $\text{tg}(x) \approx x$, cortando en el primer término, las tangentes de los ángulos en la Figura 2.1.1 pueden hallarse (hay que tener en cuenta que con el criterio de signos habitual σ es un ángulo negativo en esa figura):

$$\varphi = (h/r) \quad (2.3)$$

$$\sigma = (h/s) \quad (2.4)$$

$$\sigma' = (h/s') \quad (2.5)$$

$$\varepsilon = \varphi - \sigma \quad (2.6)$$

$$\varepsilon' = \varphi - \sigma' \quad (2.7)$$

Siendo r el radio del dioptrio y s y s' las distancias desde su vértice al punto del eje del que partía el rayo y al punto del eje al que llega el rayo, respectivamente. Sustituyendo las Ecuaciones 2.3-2.7 en 2.2 y despejando, se elimina el parámetro h y se llega al conocido *invariante de Abbe*:

$$n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right) \quad (2.8)$$

El hecho de que no aparezca h en esa expresión es el origen de toda la óptica paraxial: todos los rayos paraxiales que parten de ese punto y van hacia la superficie acaban en el mismo punto, independientemente de h , y por eso llamamos al primer punto *objeto*, y al segundo *imagen*. El invariante de Abbe constituye la ecuación de correspondencia entre el espacio-objeto y el espacio-imagen de un dioptrio. A partir de esta relación puede estudiarse el paso de luz por cualquier dioptrio esférico. Es interesante añadir que se puede generalizar al caso de los espejos sin más que hacer $n' = -n$.

La resolución de un dioptrio se completa calculando el aumento lateral β' , es decir, el factor por el que la altura y de un objeto transversal al eje aumenta (o disminuye) al pasar por el dioptrio, obteniéndose:

$$\beta' = ns/n's' \quad (2.9)$$

Está claro que esta es una vía para abordar la resolución de cualquier sistema compuesto de muchos dioptrios, sin más que tomar como objeto para cada uno de ellos la imagen de anterior, y referirlo al nuevo vértice. Es una vía tediosa y poco sistemática, pero resulta productiva para casos sencillos. Por ejemplo, para el caso de una lente gruesa en aire con índice interno n y exterior 1, se puede obtener su potencia utilizando 2 veces el invariante

de Abbe (Ec. 2.8). Yendo un paso más allá y despreciando el valor del espesor de la lente, se obtiene:

$$f' = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)} \quad (2.10)$$

Que es la conocida “Fórmula del fabricante de lentes”, usada, como su propio nombre indica, para obtener potencias en lentes con usos del día a día, como unas gafas simples^[2.1.2].

Extendiendo nuestros cálculos a cualquier tipo de sistema, sin importar la cantidad de componentes que tenga, resulta útil introducir los conceptos paraxiales de focos y planos focales objeto e imagen, al igual que el concepto de planos principales.

El foco imagen F' de un sistema se define como el punto en el cual converge un haz proveniente de un objeto sobre el eje colocado a una distancia infinita del sistema. En la Figura 2.1.2 se muestra de manera esquemática el papel del foco y plano focal imagen.

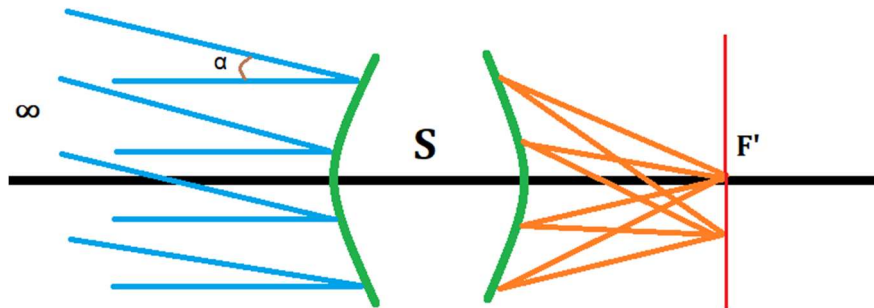


Figura 2.1.2: Foco imagen y plano focal imagen (rojo) de un sistema genérico S .

El caso del foco objeto F y su plano focal asociado es prácticamente idéntico, solo que ahora se busca el punto desde el cual parten los rayos que forman una imagen en el infinito.

Los planos principales^[2.1.3] son dos superficies inherentes a un sistema, perpendiculares al eje óptico. Son planos conjugados de aumento unidad, es decir, tienen la característica de que cualquier rayo que entre por un punto dado del primero (H , considerando luz de

izquierda a derecha) saldrá por un punto a la misma altura horizontal del segundo (H'), como se ilustra en la Figura 2.1.3.

Una vez definidos los planos principales y focales de un sistema, y por tanto su focal, podemos obtener las expresiones generales que gobiernan la formación de imágenes. Así a y a' , la distancia entre el objeto y H y la imagen y H' , vienen dadas por:

$$-\frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n'}{f'} \quad (2.11)$$

Para el aumento lateral se tiene:

$$\beta' = -\frac{f}{a-f} = -\frac{a'-f'}{f'} \quad (2.12)$$

Esto nos permite evaluar un sistema considerando solo los índices en las superficies exteriores.

Cada sistema tiene sus propios planos, pudiendo combinarse para conseguir los planos de un sistema total. En la Figura 2.1.3 se muestra el caso de acoplamiento de 2 sistemas.

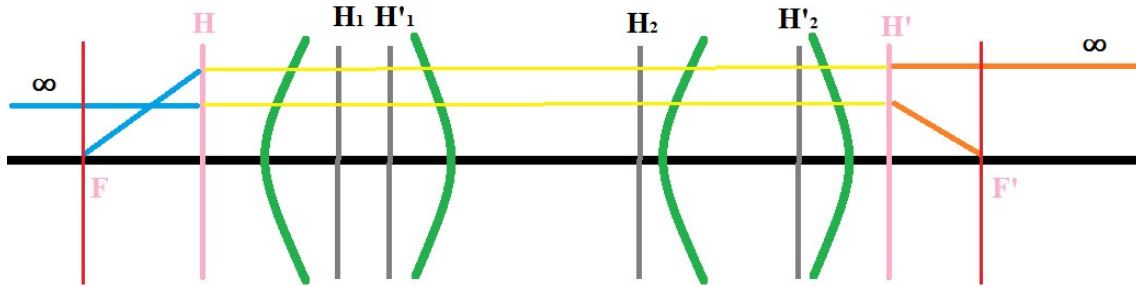


Figura 2.1.3: Planos principales de un sistema. Las líneas amarillas horizontales unen la entrada y la salida del mismo rayo. La combinación se muestra en rosa.

Utilizando las propiedades de los planos principales y focales aplicados a rayos singulares, es relativamente sencillo obtener las relaciones entre los planos principales y distancias focales de los sistemas parciales que se acoplan y los planos principales y focales del sistema total:

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{e - f'_1 + f_2} \quad (2.13)$$

$$\overline{H'_2 H'} = \frac{e \cdot f'_2}{e - f'_1 + f_2} \quad (2.14)$$

$$\overline{H_1 H} = \frac{e \cdot f_1}{e - f'_1 + f_2} \quad (2.15)$$

Considerando e como la distancia desde H'_1 hasta H_2 . $H_1 H$ y $H'_2 H'$ representan las distancias entre los planos principales objeto primero y total, y entre los planos principales imagen segundo y total, respectivamente.

Estas expresiones, conocidas como fórmulas de acoplamiento de sistemas, nos permiten observar algunas propiedades, como por ejemplo el hecho de que se puede obtener un valor de la distancia focal a partir de dos sistemas con focales muy distintas a ella.

2.2 Aberraciones

Una vez salimos de un régimen puramente paraxial, es decir, puntos cercanos al eje y aperturas pequeñas en los sistemas, se producen los efectos conocidos como aberraciones. Estas son, como su propio nombre indica, una desviación de la formación ideal de imágenes. Si bien hay una gran cantidad de ellas, pudiéndose estudiar a distintos órdenes matemáticos, nos centraremos en las conocidas como *aberraciones primarias*, *de tercer orden* o *aberraciones de Seidel*, nombre del primer investigador que las clasificó.

En realidad, las aberraciones ocurren todas a la vez, ya que son la diferencia entre el comportamiento real y el ideal, pero es costumbre usar la clasificación que proviene del análisis de tercer orden, en el que esa diferencia viene expresada en forma de cinco sumandos. Unas aberraciones se ponen más de manifiesto que otras en función de la localización del punto y de la apertura, como se muestra en la Figura 2.2.1, en la que se ha añadido la aberración cromática, originada en la dependencia del índice con la longitud de onda.

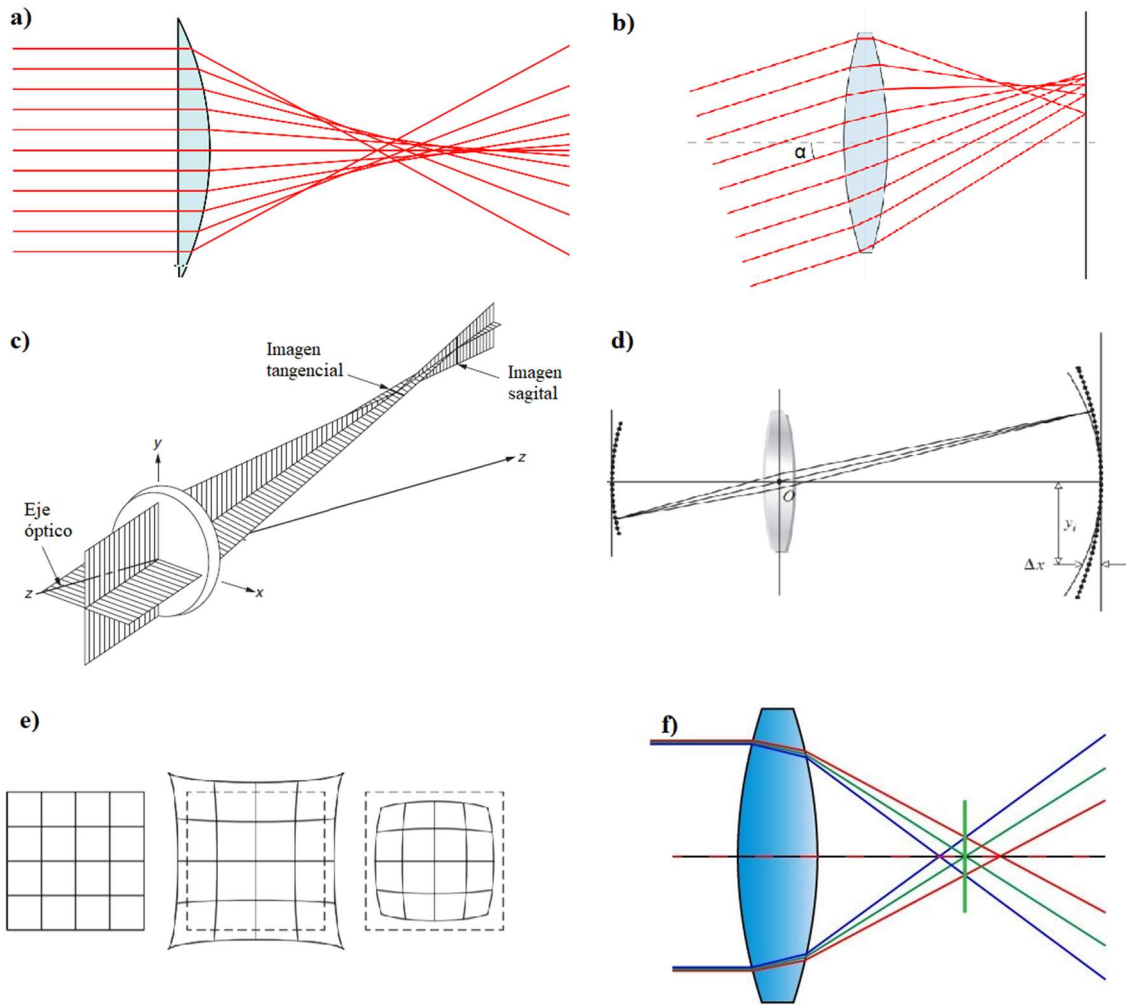


Figura 2.2.1: Aberraciones primarias y cromática.

La aberración esférica ($a^{[2.2.1]}$) consiste en la difuminación de la imagen de un punto sobre el eje para aperturas grandes del sistema debida al cambio del foco del sistema, cambio que depende de la altura del rayo que incide sobre el sistema. Por ejemplo, en el caso de una lente convergente, cuanto mayor es esta, más cerca focalizará la lente los rayos.

La aberración de coma ($b^{[2.2.1]}$) se pone especialmente de manifiesto para puntos separados del eje y para grandes aperturas. En el caso de una lente genera una mancha de forma de “cometa”.

El astigmatismo ($c^{[2.1.1]}$) se pone especialmente de manifiesto para puntos situados muy lejos del eje (gran campo) y aperturas no necesariamente grandes. Da lugar a una imagen deslocalizada de un punto, entre dos segmentos extremos orientados según la dirección

de alejamiento del eje del punto, y su perpendicular (imágenes sagital y tangencial distintas).

La curvatura ($d^{[2.2.2]}$) consiste en la formación de una superficie imagen curva a partir de una superficie objeto plana y perpendicular al eje. Por lo tanto, implica que, en los casos en los que sea dominante, una selección de plano imagen que se adecúe a la imagen curvada (como la retina) la corrige en gran medida.

En los casos en los que hay distorsión ($e^{[2.2.2]}$), el tamaño de la imagen no se relaciona con el tamaño del objeto a través de una constante (aumento) sino que dicho valor va variando en función de la distancia de cada punto al eje. Si el aumento se incrementa con la distancia del objeto al eje la distorsión se denomina positiva, y en caso contrario negativa.

Por último, la aberración cromática (f) da cuenta de la relación del índice de refracción con la longitud de onda λ . Al contrario que las otras, no se considera *primaria*. Se explicará con más detalle en el apartado 3.4.

Para dar cuenta de todas estas desviaciones se tiene la función aberración W , que, a nivel matemático, describe las contribuciones de todas las aberraciones posibles en la deformación del frente de onda, dando la forma del campo en la pupila de salida del sistema^[2.2.3]. Con ella se pueden calcular las coordenadas de una imagen en base a la altura del objeto h y la posición (s, θ) en la pupila de entrada al sistema del rayo considerado (Figura 2.2.2).

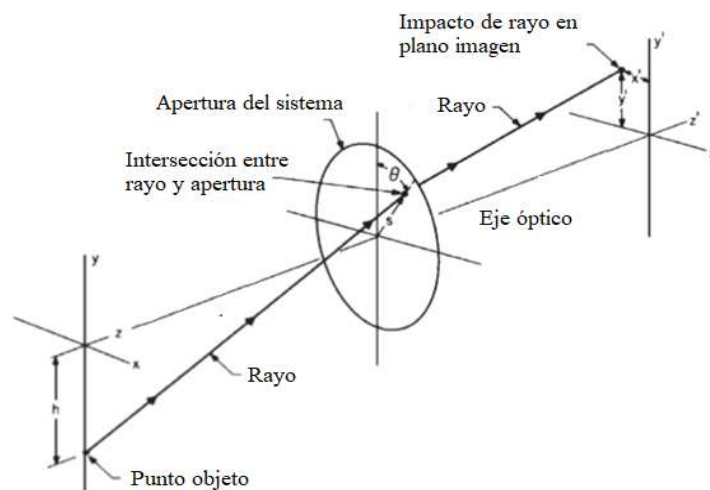


Figura 2.2.2: Trazado de rayos para un punto objeto genérico^[2.1.1].

Hallando la posición (x', y') de la imagen, se tienen las expresiones^[2.1.1]:

$$\begin{aligned}
 y' = & A_1 s \cos \theta + A_2 h \\
 & + B_1 s^3 \cos \theta + B_2 s^2 h (2 + \cos 2\theta) + (3B_3 + B_4) s h^2 \cos \theta + B_5 h^3 \\
 & + C_1 s^5 \cos \theta + (C_2 + C_3 \cos 2\theta) s^4 h + (C_4 + C_6 \cos^2 \theta) s^3 h^2 \cos \theta \\
 & + (C_7 + C_8 \cos 2\theta) s^2 h^3 + C_{10} s h^4 \cos \theta + C_{12} h^5 + D_1 s^7 \cos \theta + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x' = & A_1 s \sin \theta \\
 & + B_1 s^3 \sin \theta + B_2 s^2 h \sin 2\theta + (B_3 + B_4) s h^2 \sin \theta \\
 & + C_1 s^5 \sin \theta + C_3 s^4 h \sin 2\theta + (C_5 + C_6 \cos^2 \theta) s^3 h^2 \sin \theta \\
 & + C_9 s^2 h^3 \sin 2\theta + C_{11} s h^4 \sin \theta + D_1 s^7 \sin \theta + \dots
 \end{aligned}$$

Los distintos coeficientes determinan las características de la imagen. Los términos A_i indican resultados de primer orden, como la aproximación paraxial, mientras que los términos B_i dan cuenta de los resultados de tercer orden, es decir, aberraciones de Seidel.

2.3 Trazado de rayos mediante Zemax OpticStudio

En primer lugar, se ha presentado la aproximación de primer orden, o paraxial, que nos permite obtener las principales ecuaciones de la óptica. A continuación, hemos obtenido la diferencia entre esa aproximación y la de tercer orden, cuyos elementos -sumandos-, nos han permitido definir las principales aberraciones. Finalmente, nos resta describir el estudio exacto de los sistemas, el que no hace uso de aproximaciones sobre los ángulos ni limita el campo o la apertura, lo que se conoce con el nombre de Trazado de Rayos. En este tipo de estudios se lanzan sobre el sistema un conjunto de rayos suficiente como para representar las aperturas, campos y longitudes de onda de interés. Para cada uno de ellos se aplica la ley de refracción y reflexión exactas, y a la salida del sistema se analizan los rayos y se evalúan las imágenes a las que da lugar en distintas condiciones. Es una labor ardua y tediosa, incluso para un sistema no muy complejo, y por eso desde hace muchos años se han desarrollado programas de cálculo, entre los que destaca, sin duda el software de la casa Zemax ®.

Zemax OpticStudio es un programa de diseño óptico de uso común para Microsoft Windows y que se utiliza para el diseño y análisis de sistemas de imagen e iluminación^[2.3.1]. Este programa se basa en la definición de una serie de dioptrios que componen el sistema a partir de la cual se evalúa el recorrido de un haz de rayos partiendo desde el objeto mediante la aplicación de la ley de Snell en cada dioptrio. Este proceso se conoce como como “trazado de rayos secuencial”. En la Figura 2.3.1 se muestra un ejemplo de dioptrios definidos para el caso de un singlete, con radios, material (que determina el índice de refracción) y el espesor como datos principales, así como otros datos derivados que dejaremos en modo automático para el propósito de este trabajo.

	Surface Type	Comment	Radius	Thickness	Material	Coating	Clear Semi-Dia	Chip Zone	Mech Semi-Dia	Conic	TCE x 1E-6
0	OBJECT Standard ▾		Infinity	Infinity			Infinity	0,000	Infinity	0,0...	0,000
1	STOP Standard ▾		Infinity	8,000			0,445	0,000	0,445	0,0...	0,000
2	Standard ▾		100,0...	1,100	S-FS...		3,378	0,000	3,378	0,0...	-
3	Standard ▾		-6,000	15,000			3,378	0,000	3,378	0,0...	0,000
4	IMAGE Standard ▾		Infinity	-			4,348	0,000	4,348	0,0...	0,000

Figura 2.3.1: Interfaz de Zemax para la definición de superficies.

En la Figura 2.3.2 se representa el trazado de rayos en ZEMAX para una lente convergente considerando tres inclinaciones de entrada (0° , 10° y 20° con respecto al eje). Los cálculos se han realizado para tres longitudes de onda: 400, 550 y 600 nm, sin embargo, solo se representa la longitud de onda principal, 550 nm.

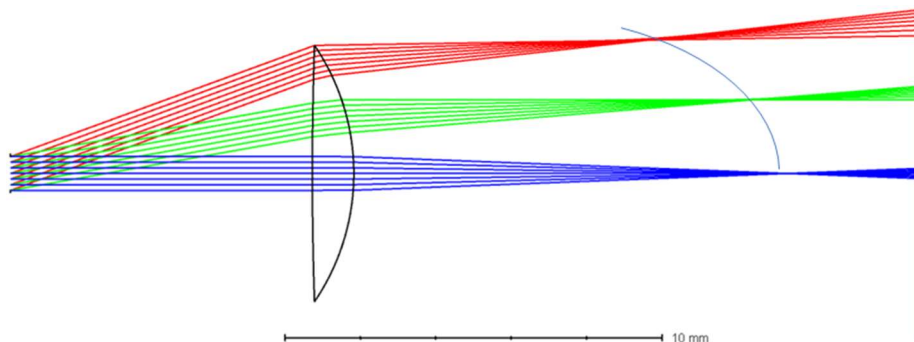


Figura 2.3.2: Singlete con tres ángulos de incidencia distintos y objeto en infinito. Se observa como el plano focal imagen (línea delgada azul) está muy curvado, mientras que paraxialmente era un plano perpendicular al eje.

El programa permite el análisis de elementos como el diagrama de punto, que es la imagen de un punto a través del sistema e indica los defectos del mismo, así como de los coeficientes de Seidel, que, derivados de la función aberración, indican la importancia de cada una. Ambos están representados en la Figura 2.3.3. En el caso del singlete anterior, puede verse que presenta bastante astigmatismo (imagen ovalada) solo con dicho diagrama, así como aberración de curvatura (plano imagen representado en la Figura 2.3.2).

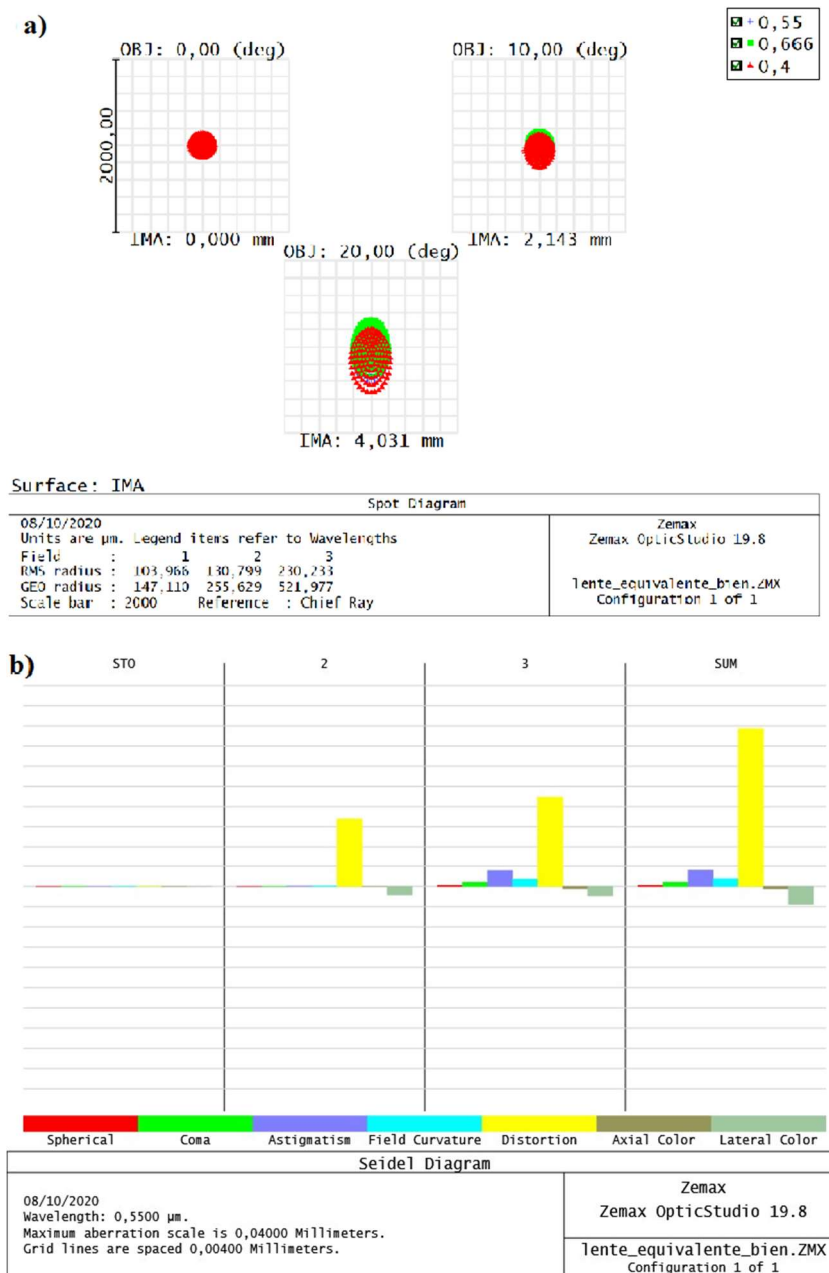


Figura 2.3.3: Diagrama de punto para el singlete (a) y sus coeficientes de Seidel (b).

3. Resultados

Partiendo de la base teórica presentada anteriormente, en cada uno de los siguientes apartados se mostrarán diferentes sistemas ópticos, analizando la mejora que se obtiene al añadir una segunda lente, en el caso de tener una única (véase el doblete), o las posibilidades que presenta la configuración de dos lentes simples (como en el caso del telescopio). Se usarán tanto el software de trazado de rayos Zemax OpticStudio como el tratamiento matemático paraxial para mostrar de manera clara la existencia y magnitud de los beneficios que aporta la nueva lente.

3.1 Aumento de la focal: telefoto

El sistema óptico más elemental destinado a la fotografía consta solamente de una lente convergente antes del plano imagen. Así de simples eran las primeras cámaras fotográficas y ese es el patrón que siguen todavía muchas de ellas. En una cámara, una vez fijado el tamaño del sensor (por ejemplo, una matriz CCD), el parámetro principal del sistema, su distancia focal f' , determina el campo visual del instrumento. Así, para conseguir un gran campo visual hace falta usar focales muy cortas (gran angular) y para un campo pequeño hace falta disponer de una f' muy grande. Esto último es lo que se conoce como un teleobjetivo. Con él, un objeto pequeño y lejano puede llegar a ocupar todo el sensor. En este caso la distancia entre la lente y la placa ha de ser prácticamente igual a f' , o sea el objetivo ha de ser muy largo. Conseguir una larga f' sin que se alargue el instrumento es algo muy deseable desde el punto de vista práctico, pero de todo punto imposible si sólo disponemos de una lente, porque el tamaño y la f' vienen a ser la misma cosa.

Por la Ecuación 2.13 ya sabemos que un sistema de dos lentes tiene una distancia focal equivalente que es diferente a la de cada lente. Con el objetivo de conseguir una distancia focal f' ostensiblemente mayor que la longitud del instrumento de visión, es usual recurrir al desacoplo de los focos de dos lentes, ya que así el punto de partida un valor infinito de la focal. Tomando el diseño no inversor más básicos de un telescopio, el modelo de Galileo lo sacaremos de su configuración afocal, que sigue la idea de un sistema de dos lentes donde los focos de cada una están acoplados. Al igual que en el común diseño de

Kepler, la lente que compone el objetivo es convergente, formando una imagen real desde unos rayos que vienen, idealmente, del infinito. Al contrario que en este último diseño, el ocular de un telescopio de Galileo es una lente divergente, cuyo foco objeto coincide con el foco imagen del objetivo, como puede verse en la Figura 3.1.1.

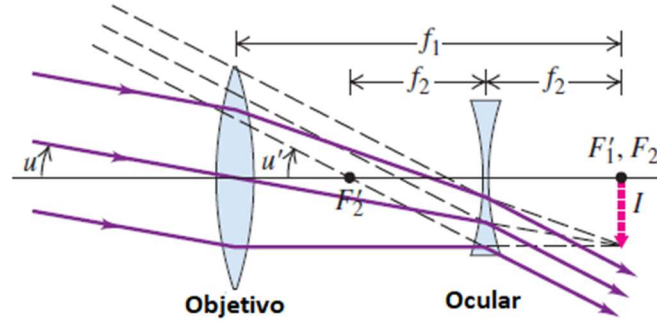


Figura 3.1.1: Telescopio de Galileo. Un objeto en el infinito es llevado hasta el foco compartido de las lentes objetivo y ocular^[3.1.1].

Como se puede ver en la Figura 3.1.1, el sistema tiene idealmente una distancia focal infinita. Por lo tanto, es un punto de partida ideal en nuestra empresa de obtener una mayor distancia focal a partir de un sistema de longitud limitada, o sea, puede crearse un sistema en el que se regule la distancia focal mediante la separación de las dos lentes. Esto significa desacoplar los focos una distancia relativamente pequeña, pudiendo ampliar la distancia focal de una lente convergente inicial. Este es el principio del funcionamiento del objetivo tipo *telefoto*.

Supongamos dos lentes delgadas separadas una distancia $Do=f'_o+f'_e$, con los dos componentes del sistema bautizados como objetivo y ocular (*objective* y *eyepiece* en inglés). Recordemos que en este diseño $f'_o>0$ y $f'_e,<0$.

Para dos lentes separadas una distancia d , la distancia focal es bien sabida^[3.1.4]:

$$f' = \frac{-f'_o \cdot f'_e}{d} \quad (3.1)$$

Con d como la separación (desacoplo positivo en el sentido de alejar las lentes) entre los focos F'_o y F_e , relacionándose con ellos mediante $d = D - f'_e - f'_o$, con D como la distancia entre las lentes. Si se considera un desplazamiento d positivo (lentes separándose respecto al telescopio de Galileo) se conseguirá una distancia focal total f' positiva.

En la Figura 3.1.2 se puede ver un esquema conceptual del objetivo tipo telefoto.

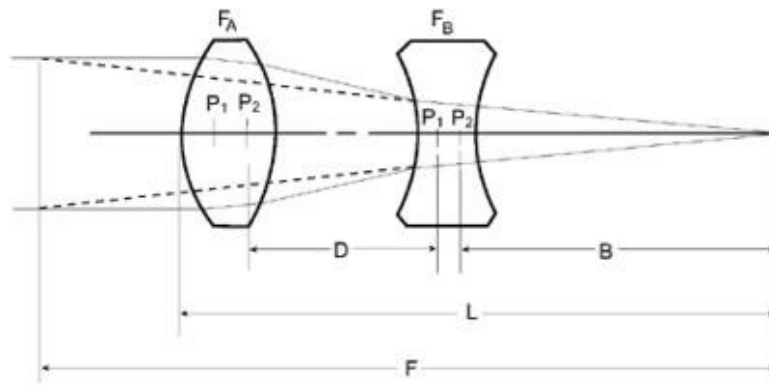


Figura 3.1.2: Esquema de un telefoto comercial. L representa su longitud total, mientras que F representa su distancia focal efectiva^[3.1.2].

En la Fig 3.1.3 se representa la dependencia de la f' de este sistema con d , para $f'_e = 2$ (unidades arbitrarias) y $f'_o = 5, 10, 20$ y 100 . Tal y como podía esperarse, en las figuras se aprecia un comportamiento asintótico al acercarnos a $d = 0$, que es la configuración telescópica. En todos los casos se puede observar que cuando $d = 2 \rightarrow f' = f'_o$ ya que la primera lente está focalizando sobre la segunda, que no modifica la focal del conjunto.

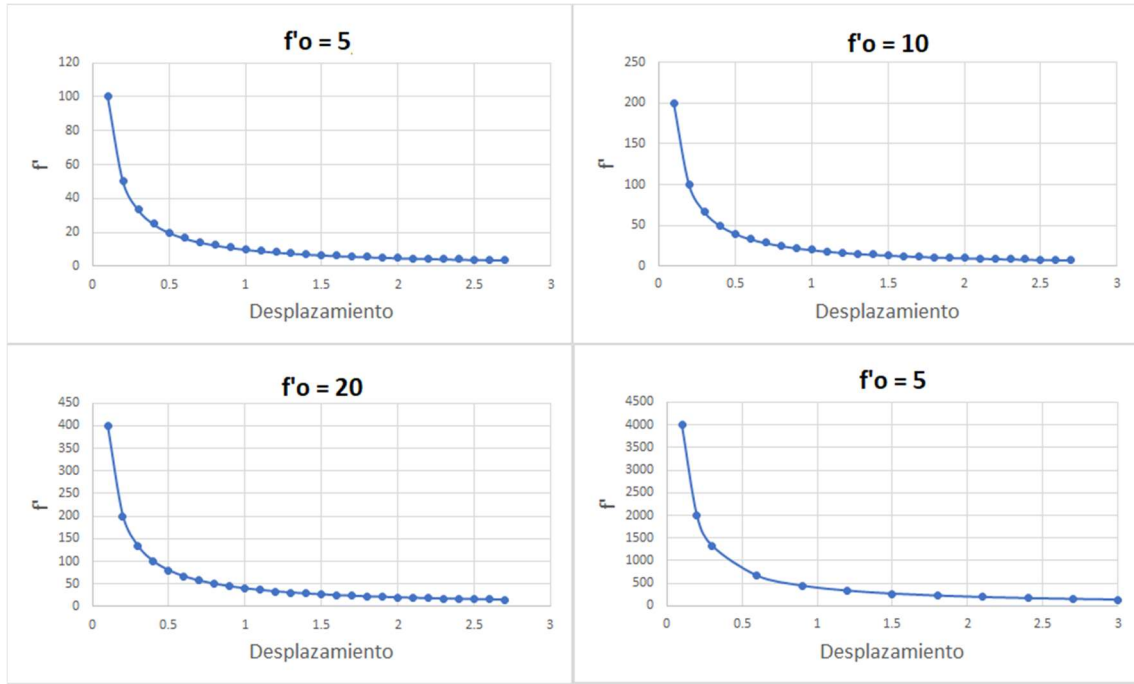


Figura 3.1.3: Representación de la distancia focal del sistema en función del desplazamiento de los focos respecto a la disposición de Galileo. Se considera una distancia focal para el ocular de $f'_e = -2$, todo en unidades arbitrarias.

Como puede observarse, en todos los casos hay una región de desplazamiento razonable en la que f' es mayor que la distancia entre las lentes. Tras el rápido decrecimiento hay una zona más estable, en la que f' no cambia en demasía con respecto al espesor. Esto, en principio, ayudaría al fabricante obtener un instrumento llegando a un compromiso entre distancia focal y robustez. Tomando el espesor inicial del sistema como referencia podemos evaluar el incremento relativo de la focal respecto del diseño afocal de partida, lo que representaría en cierto modo el beneficio que obtenemos. En la Figura 3.1.4 se muestra este ratio para $f'_e = -2$ y $f'_o = +20$.

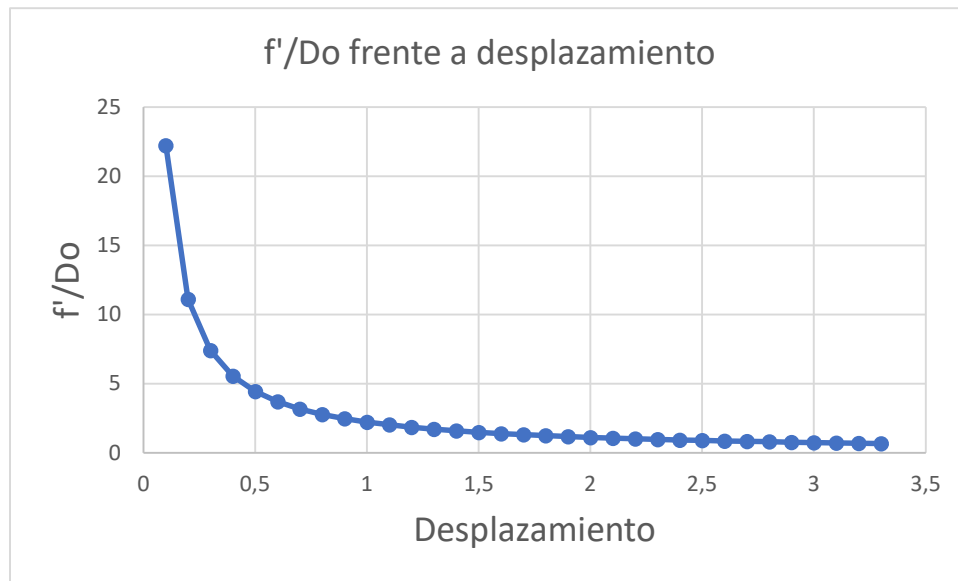


Figura 3.1.4: Distancia focal entre espesor inicial total del sistema frente al desplazamiento en mm de las lentes para $f'_e = -2$ y $f'_o = +20$.

Curiosamente, el parámetro que hemos descrito es muy similar (el inverso) a otro utilizado para evaluar la focal de un telefoto, el *Telephoto Ratio* (TR)^[3.1.5], definido como el cociente entre el espesor y la distancia focal de todo el sistema.

Como puede observarse, el parámetro TR es la inversa de lo representado en la Figura 3.1.4. A continuación se representa el $TR^{[2.1.1]}$ para el caso particular de $f'_o = 20$ y $f'_e = -2$ (Figura 3.1.5). Como era de esperar, el comportamiento de estilo $1/x$ pasa a ser x , es decir, pasa de inversamente proporcional a directamente proporcional. Teniendo en cuenta todo lo expuesto anteriormente, se esperaría que los fabricantes intentasen obtener un TR lo más bajo posible, intentando llegar a un sistema con el máximo beneficio para la focal en función de la distancia.

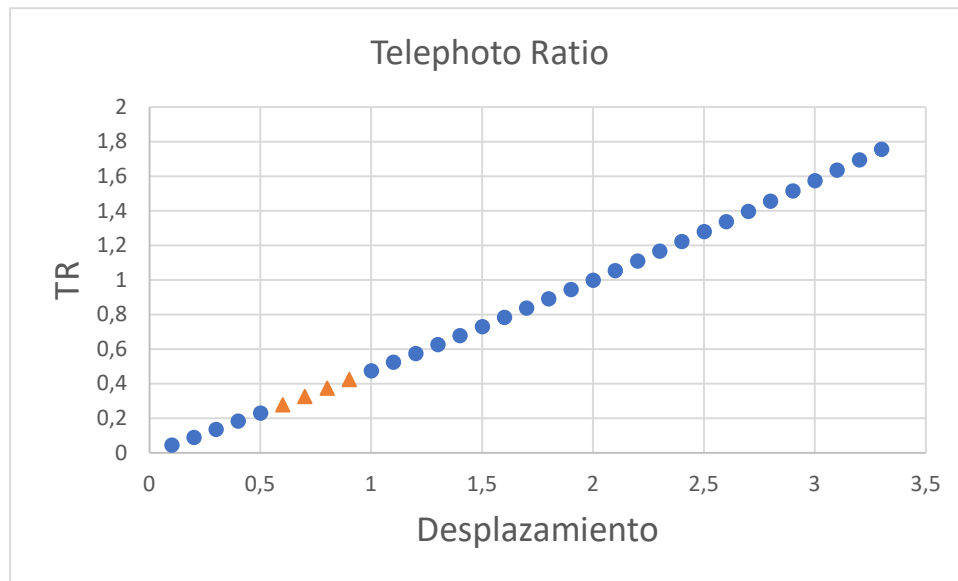


Figura 3.1.5: Telephoto Ratio frente al desplazamiento d . $f'_o = 20$ y $f'_e = -2$. La zona resaltada desde 0.6 a 0.9 es la más usual para los telefotos.

Como ya se podía intuir, se consigue un mayor aumento de la focal con desplazamientos pequeños. Por lo tanto, se espera encontrar la mayor parte de telefotos comerciales en la zona de la recta cercana a 0, aprovechando al máximo el incremento de la focal que permite esta configuración.

Sin embargo, observando telefotos comerciales, se puede ver que el valor de TR está mucho más cerca de 1 de lo que se pensaba, es decir, el beneficio para obtener una distancia focal mucho mayor que su tamaño físico no supone una prioridad. En la Tabla 3.1.1 puede verse un resumen de varios modelos de telefoto, con sus TR correspondientes.

Modelo	TR	Modelo	TR
300 f/2.8 ED-IF	0.985	600 f/5.6	0.921
300 f/4.5	0.831	400 f/5.6 ED	0.870
300 f/4.5 ED-IF	0.821	400 f/3.5 IF-ED	0.856

Tabla 3.1.1: *Telephoto Ratio* para distintos modelos de la marca Nikon^[3.1.3].

La Tabla 3.1.1 contiene los TR de varios telefotos manufacturados por la casa de óptica Nikon. De estos ejemplos, que ilustran una tendencia general, puede deducirse que conseguir una mejor distancia focal es secundario comparado con la mejora de la imagen conseguida; por ejemplo, estableciendo un doblete acromático para quitar la aberración cromática, como se estudia más tarde en un capítulo de esta memoria. En alguna página web especializada en fotografía se menciona el intervalo $[0.6-0.9]$ como norma habitual para el TR, rango que se resalta en la Figura 3.1.5 para el caso estudiado, aunque es posible encontrar ejemplos comerciales tanto inferiores como superiores a ese intervalo.

3.2 Instrumentos de visión lejana y cercana

En la base de un telescopio y un microscopio se encuentra el mismo esquema: dos lentes convergentes separadas que son capaces de generar un aumento en el ángulo bajo el cual nuestro ojo observa los objetos.

El primero de los esquemas que vamos a examinar es el de un telescopio kepleriano ideal, diseñado para trabajar de manera afocal (ver Figura 3.2.1).

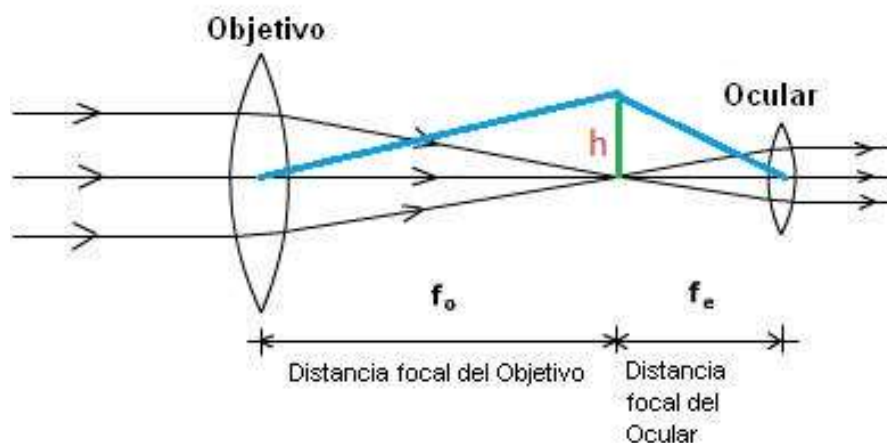


Figura 3.2.1: Esquema del telescopio de Kepler^[3.2.1]

La configuración presentada en la Figura 3.2.1 permite recoger rayos paralelos, que vienen de un objeto idealmente en el infinito, y llevarlos de nuevo al infinito, donde el

ojo relajado puede observarlos, formando además en el foco intermedio una imagen real e invertida del objeto. La idea principal es presentar la imagen de un objeto con un mayor ángulo ante el ojo del que normalmente subtende, es decir, produciendo un aumento angular.

El sistema es afocal porque los focos coinciden: una haz colimado de rayos proveniente del infinito irá a parar al foco objeto de la segunda lente, que forma de nuevo en un haz colimado. Con los focos acoplados la distancia entre ambas lentes es $D = f_o' + f_e'$ (siendo “o” referente al objetivo y “e” al ocular, o *eyepiece* en inglés)^[3.1.1].

El aumento conseguido, *aumento visual*, se define para el telescopio como el cociente de las tangentes de los ángulos incidente y emergente. A partir de la altura de la imagen intermedia para un objeto lejano cualquiera h (ver Figura 3.2.1), se pueden comparar fácilmente dichas tangentes y se encuentra que $\Gamma' = -f_o' / f_e'$.

Un último factor es la distancia de la pupila de salida a la última lente, lo que se conoce como “emergencia” del instrumento, e . Esto es importante porque si se ubica la pupila del ojo en este punto se optimiza la iluminación (y se evita el “viñeteo”). Se localiza calculando la imagen del objetivo a través del resto del sistema, es decir, a través del ocular. Partiendo de la ecuación de correspondencia, se obtiene una expresión directa para la emergencia: $e = D f_o' / (D - f_o')$.

Si bien un telescopio puede presentar un diseño de mayor complejidad, añadiendo grados de libertad en forma de nuevas variables, los dos elementos básicos presentados son imprescindibles; el ocular y el objetivo, con su imagen intermedia: no pueden ser sustituidos por un solo elemento, independientemente de cómo cambie la focal.

Tras la presentación del telescopio, pasamos a la introducción de su opuesto a nivel conceptual, el microscopio, cuya función consiste en ampliar objetos pequeños cercanos a la lente objetivo. Estos dos aparatos, si bien por sus funciones podrían hacernos pensar otra cosa, parten de un diseño base muy similar, en el sentido de que el objetivo va a producir una imagen sobre el foco objeto del ocular (o muy próxima a dicho punto).

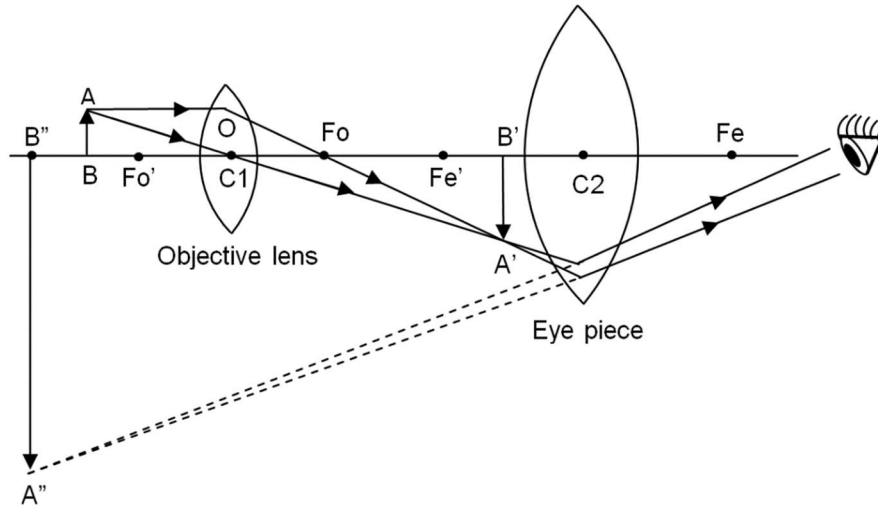


Figura 3.2.2: Esquema de un microscopio compuesto^[3.2.2].

En el esquema básico de un microscopio que compone la Figura 3.2.2 se puede ver las similitudes entre este y el telescopio: de nuevo, la luz que viene del objeto pasa a través de una lente objetivo, convergente, generando una imagen intermedia que luego es llevada al infinito por una segunda lente, también convergente, permitiendo al ojo relajado formarla en la retina. A pesar de estas similitudes hay una diferencia muy importante causada por la distinta magnitud de las distancias al objeto: en el microscopio los focos han de estar desacoplados. En el microscopio compuesto, cuyo caso más simple se está estudiando en este texto, el foco imagen del objetivo y foco objeto de ocular están separados una distancia d . Esto lleva a un aumento dependiente tanto de las potencias como la distancia que los separa, considerando que el objeto de estudio se encuentra a 250 mm del ojo (unas 10 pulgadas)^[3.2.3]:

$$\Gamma = -\frac{d \cdot 250}{f_e' f_o'} \quad (3.2)$$

Pudiéndose expresar d en términos de las demás variables, $d = D - f_o' - f_e'$, con D como la distancia entre las lentes. Conviene resaltar que, a pesar de tener una base común en su diseño, el aumento se reduce cuanto mayor es la focal del objetivo, mientras que, en el caso del telescopio, el aumento posee una relación directa.

Recuperando la idea de la complejidad creciente, puede verse que las dos lentes no son estrictamente necesarias; al contrario que en caso del telescopio, un microscopio puede

consistir en una única lente, en el diseño conocido como *microscopio simple*, y posee un aumento inversamente proporcional a la focal de su única lente. No obstante, a pesar de ser este un diseño muy anterior, relativamente común desde el siglo XIII, cayó en desuso a principios del siglo XVII debido a la introducción del microscopio compuesto presentado anteriormente, un instrumento que incrementa mucho el aumento, al introducirlo en dos pasos que tienen un efecto multiplicativo. Además, tras este paso de una lente a dos, el esquema base no ha variado en demasía, con añadidos como objetivos de gran apertura y lentes de campo para mejorar el sistema.

Si bien una vez escogidas las lentes el cálculo del aumento producido por un telescopio kepleriano es sencillo, el del microscopio compuesto no se puede conocer hasta que no se fija la distancia d , distancia que es hasta cierto punto arbitraria. El único motivo por el que atribuimos un aumento dado a los objetivos de microscopio (aumento que se indica de forma explícita en su carcasa, $10\times$, $50\times$ etc), es que las aberraciones de ese objetivo se han minimizado para la combinación de f' y d que se ha seleccionado.

Una cuestión interesante en cuanto a la necesidad de combinar dos lentes para construir estos instrumentos, es que los papeles están repartidos, en el sentido de que la primera lente, o lente objetivo, se necesita para crear una imagen del objeto, mientras que la segunda lente, o lente ocular, es necesaria para que el ojo pueda observar esa imagen. De hecho, esa segunda lente es bastante similar en ambos instrumentos.

A modo de conclusión, si eliminásemos la necesidad de “ver directamente”, es decir, de formar una imagen en la retina, el ocular no sería necesario. Bastaría con colocar un sensor en el plano intermedio (una CCD, por ejemplo), y dejar que sea la electrónica la que nos ayude a generar una imagen en un monitor. Así es como funcionan de hecho los grandes telescopios (pensemos en el Hubble, por ejemplo) y también muchos microscopios de hoy en día, que prescinden del ocular.

3.3 Ocular y lente de campo

Como es lógico, cada sistema óptico tiene una capacidad específica para aceptar luz, determinada en este acercamiento teórico por su geometría. La apertura, o el rango angular que acepta un sistema visto desde un punto objeto, viene determinada por el diafragma de apertura DA , que es el elemento físico del sistema que limita la entrada de luz en ese sistema desde un objeto en el eje. Por ejemplo, en un telescopio kepleriano (como el ejemplo que estudiaremos después), el objetivo suele ser el elemento limitador, ya que, siendo el elemento más grande y complejo de fabricar, sería absurdo que su parte periférica (donde viajan los llamados rayos marginales) fuera inútil. Una vez localizado el DA se pueden obtener las Pupilas de Entrada y Salida (PE y PS) sin más que calcular las imágenes anterior y posterior del DA a través del propio sistema (PE y PS respectivamente), situadas en el espacio objeto (PE) o en el espacio imagen (PS). En el sistema citado anteriormente el Objetivo sería DA y PE a la vez, y la PS se obtendría calculando la imagen del objetivo a través del ocular. En este caso la PS no sería un elemento físico, pero sí una realidad geométrica: una especie de ventanita por la que sale toda la luz que atravesase el sistema desde un objeto en el eje. En la Figura 3.3.1 se muestra a modo de ejemplo la obtención del DA en un sistema arbitrario de 3 elementos.

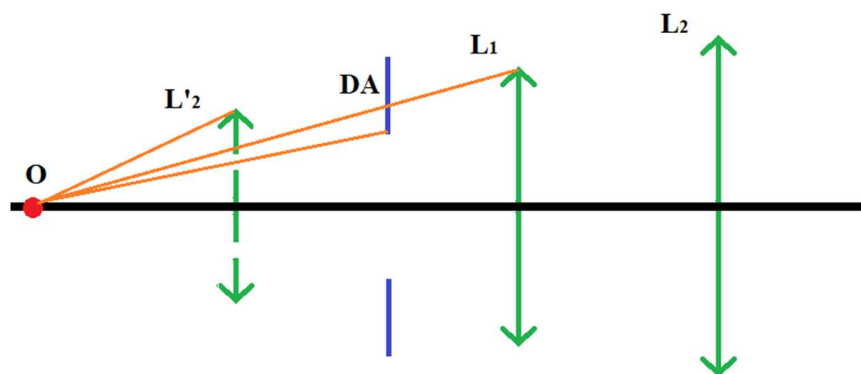


Figura 3.3.1: Diafragma de apertura, DA , para un sistema de dos lentes. La abertura hace de DA , pues es el objeto que limita la cantidad de luz que accede al sistema desde el punto O . Para un objeto en el infinito seguiría siendo DA ya que es el elemento más pequeño de los tres en el espacio objeto.

Sin embargo, el DA no es la única limitación importante en un sistema; existe también el conocido como Diafragma de Campo, DC , el cual limita el tamaño angular del objeto para el cual el sistema puede formar una imagen. Para hallarlo se llevan todos los elementos del sistema al espacio objeto, como hicimos para el DA , y a continuación se aumenta el tamaño del objeto, y se observa qué elemento del sistema es el primero en bloquear la luz que entra por la PE . Ese elemento se denomina “lucarna de entrada” y el elemento físico correspondiente se denomina Diafragma de Campo, DC . El proceso puede ser progresivo, y eventualmente, toda la luz quedará bloqueada, como se muestra en la Figura 3.3.2.

Como puede verse en la Figura 3.3.2, la imagen anterior de L_2 , (la “ventana” cuya imagen es L_2) limita la luz que llega al sistema para un objeto hipotético M , y L_2 sería el DC .

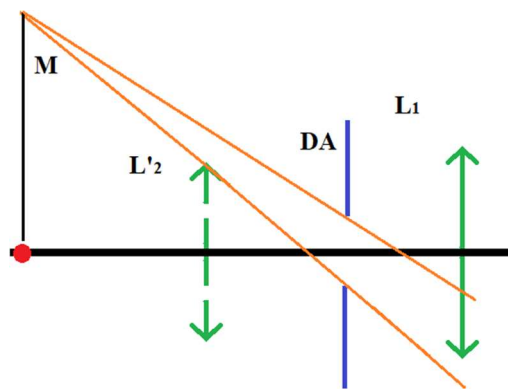


Figura 3.3.2: Determinación del Diafragma de Campo, DC . Puesto que los rayos que llegan a la PE (indicado como DA en este ejemplo) desde M no atraviesan el sistema por no atravesar L'_2 , la imagen M' de M no se formará. M es un punto que está fuera del campo, y el elemento físico L'_2 , es el DC del sistema.

En la Figura 3.3.3 se muestra la formación progresiva de los campos de iluminación en un sistema. Al aumentar el campo hay un conjunto de valores para los que toda la luz que alcanza la PE atraviesa el sistema, hasta llegar a un valor en el que comienza la limitación del DC (fin del campo de iluminación plena, C_p). Si se sigue aumentando el tamaño del objeto se alcanza un segundo valor en el que aproximadamente la mitad de la luz que alcanza la PE consigue atravesar el DC , valor que marca el campo de iluminación media, C_m . Finalmente se alcanza una situación en la que ningún rayo de los que atraviesan la

PE consigue alcanzar el DC . Este valor del campo marca el fin del campo de iluminación límite, Cl .

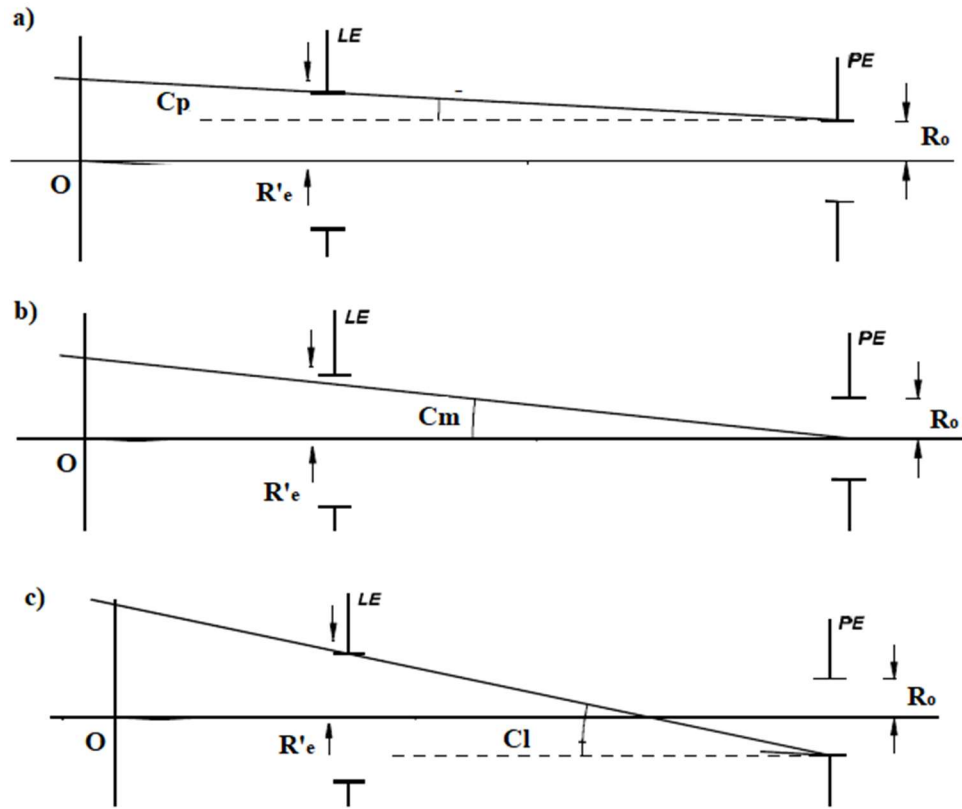


Figura 3.3.3: Distintos campos de iluminación para el sistema^[3.3.1].

El campo más útil para el buen funcionamiento de los sistemas es el campo de iluminación plena, Cp . En esta situación, el DC no impide el paso de luz, permitiendo que la imagen se forme con normalidad. En los siguientes campos, aunque se forma imagen se produce un efecto de viñeteo, que causa un oscurecimiento de las zonas exteriores de la imagen obtenida, hasta el final del campo de iluminación límite Cl , a partir del cual ninguna clase de luz pasará por el sistema, evitando cualquier posible imagen.

El método matemático para hallarlos es directo, pues, dependiendo del caso, se calcula el ángulo con el eje óptico que tiende la línea de unión entre el extremo superior de la LE y los distintos puntos de la PE , tal como se muestra en la Figura 3.3.6^[3.3.1].

Volvamos ahora a nuestro primer ejemplo, el de un telescopio de diseño kepleriano, representado en la Figura 3.3.4, y analicemos la limitación de campo.

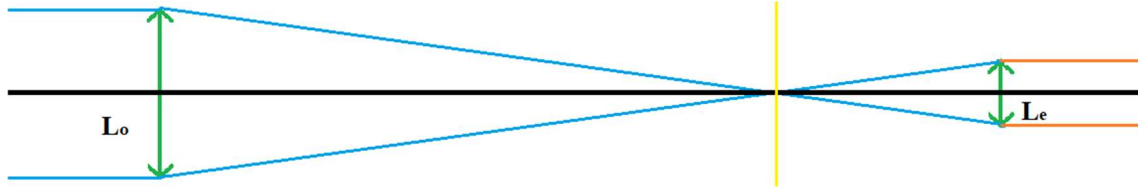


Figura 3.3.4: Esquema de diseño kepleriano genérico. La línea amarilla indica el punto en el que se forma la imagen intermedia.

Para dar más claridad a nuestro ejemplo vamos a considerar unos valores numéricos, de forma que representen aproximadamente las proporciones del instrumento mostrado en la Figura 3.3.4. Establecemos además ciertas relaciones entre los distintos elementos, expuestas a continuación, que nos simplifican el análisis sin perder generalidad. Partimos de la consideración de que son lentes delgadas:

$$f'_e = \phi_o = f'_o/5; \phi_e = f'_e/4$$

Con ϕ_o y ϕ_e como diámetros del objetivo y ocular respectivamente. Damos un valor a f'_o de 80 mm. A continuación, pasamos el ocular al espacio objeto, para poder analizar las limitaciones de forma completa. Comprobamos que la imagen anterior del ocular, L'_e , está situada a 480 mm a la izquierda del objetivo ($a = -480$ mm) y tiene un tamaño de 20 mm ($\phi_e = 20$ mm). De aquí se deduce que L_o es el DA y PE , y que L_e es el DC . A continuación, podemos estudiar los campos de iluminación tal como hemos descrito. Expresamos las relaciones para los campos, obteniendo:

$$tg(Cp) = \left(\frac{R'e - Ro}{a} \right)$$

$$tg(Cm) = \left(\frac{R'e}{a} \right)$$

$$tg(Cl) = \left(\frac{R'e + Ro}{a} \right)$$

Siendo R_i el radio de cada una de las superficies y a la distancia del “objeto” que genera L_e hasta el DA , que en este caso es el objetivo.

$$C_p = 0.24^\circ$$

$$C_m = 1.19^\circ$$

$$C_l = 2.15^\circ$$

De estos resultados se puede concluir que el campo de este telescopio es muy reducido, incluso si consideramos el caso límite, y que en seguida comienza la limitación progresiva de la iluminación, lo que indica mala calidad de visión. Cualquier objeto que se encuentre a 2.2° aproximadamente es imposible que sea observado, y mucho antes que eso se observará con una calidad muy pobre.

Como ya hemos visto en ocasiones anteriores en este escrito, más lentes implican más grados de libertad y, por lo tanto, una posibilidad de solucionar un problema concreto. No obstante, esto implica un aumento en la complejidad del sistema. Para este caso, sería interesante averiguar cómo podemos aumentar el campo lo máximo posible introduciendo una única lente. Este es un problema con una solución clásica, y la lente añadida es conocida como lente de campo LC .

Para evitar que esta última influya en la posición y en el aumento de la imagen final, la ubicamos en el punto de confluencia de ambos focos (Figura 3.3.5). Además, para darnos un buen margen en el campo sin aumentar la anchura del instrumento, establecemos que su tamaño sea igual que el del objetivo. Vamos a comprobar el efecto que produce para un valor de la focal de $f'_c = 14$ mm y posteriormente analizaremos el efecto de variar su focal.

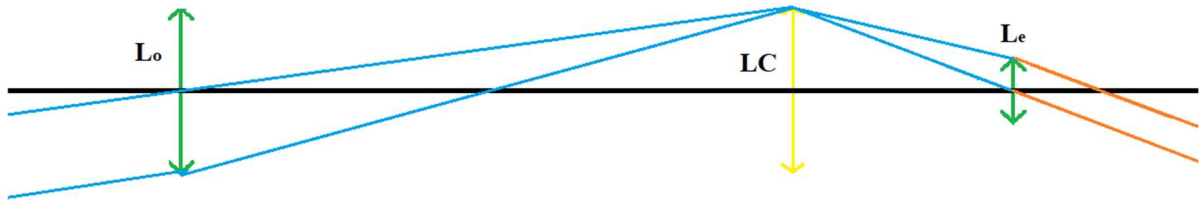


Figura 3.3.5: Sistema kepleriano con una lente de campo LC (en amarillo). Se muestra un trazado de rayos que ilustra el nuevo campo obtenido, utilizando dos rayos auxiliares, uno desde el extremo del objetivo y otro pasando por el centro del ocular.

Pasamos el ocular de la Figura 3.3.5 al espacio objeto para poder calcular el campo, tal y como se definió en las Figuras 3.3.1 y 3.3.2. Así, hallaremos el campo con el nuevo resultado para L'_e y lo compararemos con el del caso sin lente de campo. Los valores para la posición y el tamaño de L'_e son:

$$a = -23 \text{ mm}, \phi_e = 20 \text{ mm}$$

Los valores que se obtienen para la limitación del L'_e son:

$$C_p = 5.00^\circ$$

$$C_m = 23.63^\circ$$

$$C_l = 38.22^\circ$$

En cuanto al paso de LC al espacio objeto es innecesario (estaría en el infinito y sobre el objeto, lo cual no ayuda), pero al estar sobre una imagen intermedia, la limitación que produce es “binaria”, es decir sólo produce iluminación plena o nula, sin campos de iluminación. En este caso, la limitación se sitúa en 5.71° , que se corresponde al ángulo formado por el eje con la dirección que une el centro de la PE con el extremo de la lente de campo. Es decir, tenemos 5° de iluminación plena y un poco más (0.71° más) de iluminación casi plena, pues apenas se adentra en el campo de iluminación media.

Esto implica un cambio enorme del valor del campo para este instrumento, que se multiplica por un valor en torno a 20 en la nueva configuración; de ahí el nombre de lente de campo.

Sobre la localización de la *LC* no tenemos duda (imagen intermedia o en su proximidad) y sobre su tamaño deducimos que un intervalo razonable es entre los diámetros de objetivo y ocular. Pero ¿cuál es la focal adecuada? En la Figura 3.3.6 se muestran los resultados obtenidos cuando variamos su focal.

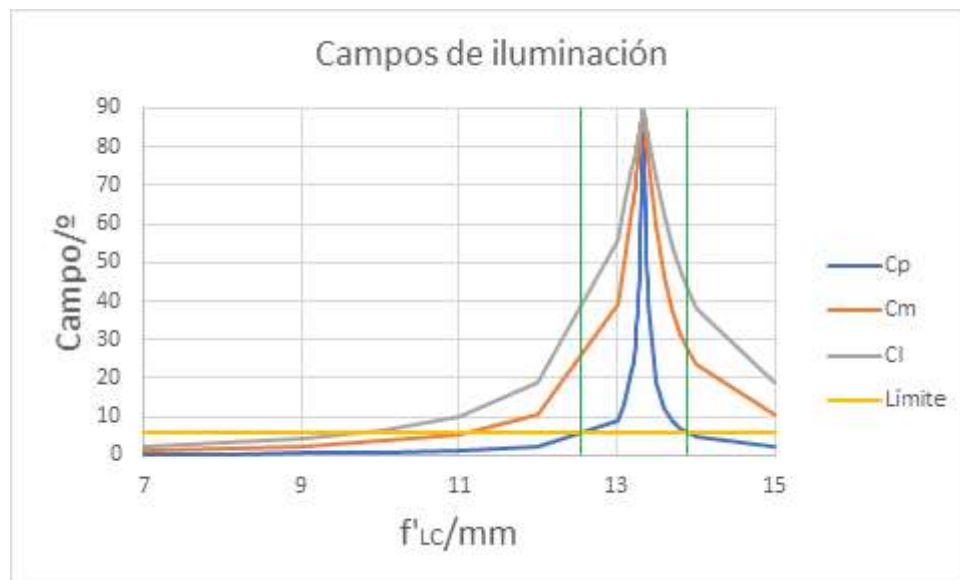


Figura 3.3.6: Campos para un sistema de Kepler con lente de campo en el foco compartido. El ángulo límite se corresponde con el ángulo entre el objetivo y la lente de campo, con valor de $5,71^\circ$. Se indica con una línea vertical el valor de f'_{LC} tomado como ejemplo en nuestro cálculo.

La Figura 3.3.6 revela varios comportamientos interesantes. La altura de la línea horizontal viene determinada por el tamaño de la *LC*, y supone que sólo tenemos iluminación por debajo de dicha línea, dada la posición y diámetro escogidos para la *LC*. De acuerdo con esto, el intervalo de focales adecuado está situado en nuestro caso entre 12.5 y 14 (indicado con líneas verdes en la Figura 3.3.6), aproximadamente. Fuera de este intervalo la parte visible del campo (bajo la recta) comienza a tener poca iluminación plena. Por ejemplo en $f'_{LC} = 11$ casi todo sería *Cm*.

En lo que respecta sólo al objetivo y al ocular, cuanto más aumenta la focal de una lente convergente colocada en la imagen intermedia, más sube el campo total, pero, tras alcanzar un máximo, desciende rápidamente de manera indefinida. Aunque todo lo que está por encima de la recta horizontal no representa un campo real, es interesante darse

cuenta de que cuanto más nos acercamos a dicho pico, mejor funcionan las cosas por debajo de la recta. Si nos vamos a valores bajos de f'_{LC} , el primer valor representado, correspondiente a $f'_{LC} = 7 \text{ mm}$, equivale a $Cp = 0.26^\circ$, valor similar al del campo de iluminación plena en el diseño inicial sin LC. Es decir, la lente de campo no está cumpliendo una función práctica. Sería tan potente que mandaría los rayos hacia el eje bruscamente y “sacaría” la luz del ocular por el lado opuesto en lugar de conducirla al mismo.

El valor óptimo para la focal de la lente de campo es justamente $f'_{LC} = 13.33 \text{ mm}$, que representa el caso particular del “objeto” de L_e cuando está ubicado justo encima del objetivo L_o . En esa situación la única limitación del campo la impone el tamaño de la LC. Cuanto más se acerque el valor de f'_{LC} a este punto, mayor será el Cp y mejor será la limitación.

Su ganancia queda reflejada en la Figura 3.3.7, donde se representa el ratio de incremento del campo Cp al introducir la lente de campo, sin considerar el propio tamaño de la LC, que es la que acota ese valor. Se ha tomado sólo la zona en la que el campo se incrementa con la focal.

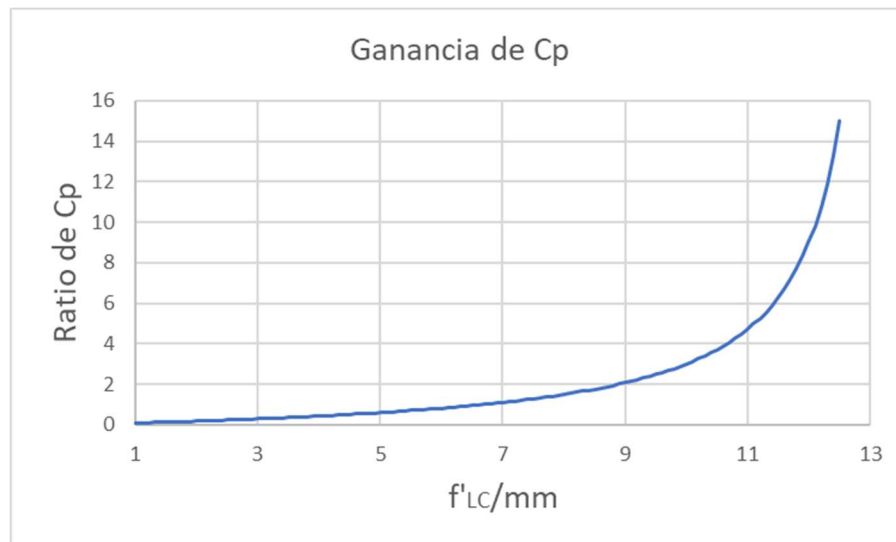


Figura 3.3.7: Ratio entre el campo de iluminación completa con lente de campo entre el sistema kepleriano sin modificar.

Todas las mejoras vistas en las Figuras 3.3.6 y 3.3.7 hay que contextualizarlas, ya que, como se dijo anteriormente, la propia lente de campo limita el campo a unos 5.7° . Sin embargo, limitando la focal de la lente de campo a una zona entre 12.5 y 14 mm puede permanecerse en el campo de iluminación plena para cualquier ángulo permitido por el tamaño de la LC. Por lo tanto, puede verse la notable mejora de un ocular simplemente por el hecho de añadir una lente más; un paso relativamente sencillo que nos da mucho más campo.

3.4 Corrección de acromatismo: doblete acromático

Cuando un rayo de luz cambia de medio, es bien sabido que se desvía, de acuerdo con los valores del índice de refracción de ambos medios, n_1 y n_2 , y siguiendo la conocida ley de Snell (Ec. 2.1). Este fenómeno da pie a fabricar lentes simplemente combinando dos dioptrios debidamente diseñados. Un claro ejemplo de esto es la famosa “*Lensmaker formula*”, conocida desde hace 400 años, que relaciona los radios y el índice con la potencia de la lente (Ec. 2.10).

Sin embargo, durante los 200 años siguientes las lentes, amén de los instrumentos de que formaban parte, presentaron una enorme limitación: el índice de refracción depende de la longitud de onda, (λ), algo que se conoce como “relación de dispersión” y que es distinta en cada material. Como consecuencia, la potencia y el aumento producidos por una lente varían para cada color, y los instrumentos de la época producían imágenes con contornos coloreados y resolución muy pobre, algo que se conoce como “aberración cromática”. Por ejemplo, por ilustrar el caso de la aberración cromática de aumento, si se considera una fuente de luz colimada blanca ideal pasando por una lente (Figura 3.4.1.b), se puede ver que, la luz se dividirá en sus distintas componentes a lo largo del espectro en el eje, impidiendo la formación de un contorno nítido. Un esquema similar sirve para ilustrar la aberración cromática axial, o dependencia de la potencia con la longitud de onda (Figura 3.4.1.a). Aunque se muestren los dos principales efectos de forma separada, ambas cromáticas, axial (o de posición) y transversal (o de aumento), están relacionados entre sí y se presentan conjuntamente.

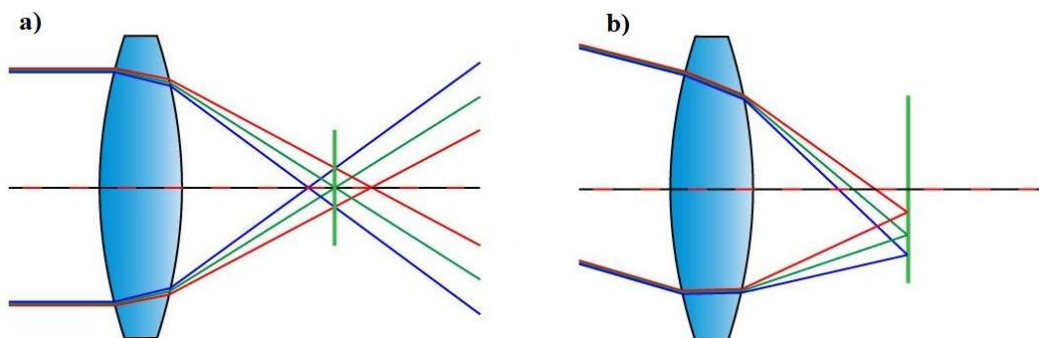


Figura 3.4.1: Aberración cromática: a) Axial; b) de Aumento ^[3.4.1].

Lo interesante de este fenómeno de dispersión es que es inherente a la refracción, es decir, no se puede focalizar sin dispersar, con lo que, en el intento de evitar la dispersión, las lentes resultantes presentan una potencia tan baja que son virtualmente inútiles. Esto hizo concluir al propio Isaac Newton que nunca existirían lentes acromáticas, lo cual, refiriéndonos a una lente aislada, es totalmente cierto, pero en lo que se refiere a las combinaciones de lentes es un error notable como vamos a ver.

La situación cambió radicalmente a finales del siglo XVIII con la introducción de un segundo vidrio. Desde un punto de vista matemático, un segundo vidrio tras el primero mejora enormemente este sistema porque aporta los grados de libertad necesarios. Intuitivamente podemos también entender el porqué. Ante todo, hay que entender que si una lente es convergente es más potente para las longitudes de onda cortas (azules), pero si es divergente la potencia es negativa, luego la potencia es mayor para las longitudes largas (rojos). Mediante la combinación de lentes positivas y negativas se compensa tanto la potencia como la dispersión, pero no en la misma magnitud si los vidrios son diferentes, y esta es la clave que no pudo ver Newton, que no disponía de vidrios tan diferentes. Los vidrios no son todos iguales: unos dispersan mucho (vidrios F, o tipo *flint*) y otros poco (vidrios K, o tipo *crown*). Si los combino con cuidado (Figura 3.4.2), puedo poner una convergente muy potente y poco dispersiva y una divergente menos potente y muy dispersiva. La segunda lente puede quitar la mitad de la potencia, y compensar sin embargo toda la dispersión, al menos para los extremos del espectro. Si se quisieran focalizar más longitudes de onda en el mismo punto, se tendría que introducir una lente más por cada λ (como el verde, desplazado del foco en la propia Figura 3.4.2).

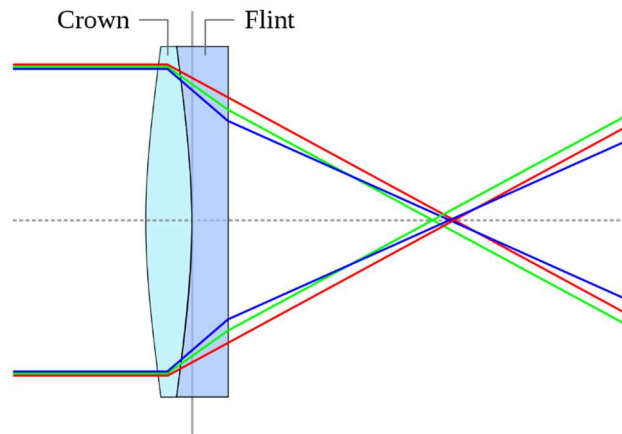


Figura 3.4.2: Doblete acromático ‘pegado’. Se trata de una corrección de la aberración cromática mediante una segunda lente en la que la superficie interna es común^[3.4.1].

La existencia de nuevas variables en el sistema (índice, radios, espesor) hace que un doblete tenga la posibilidad de mejorar además las aberraciones no cromáticas de un sistema: las aberraciones de Seidel, de punto y de campo.

En el estudio aquí presentado se obtendrán las aberraciones de Seidel y la aberración cromática para un singlete, un doblete y un triplete, los cuales comparten distancia focal imagen y cuyas lentes no difieren mucho en tamaño. Las medidas, si bien mudas al realizar cálculos y usar los programas pertinentes, se toman en milímetros para recordarnos su dimensión de longitud- y grados a no ser que se indique lo contrario.

La comparación inicial es entre doblete y singlete. Se establecen los valores del primero, adaptando los del segundo a la focal establecida. Una vez se tengan estos sistemas, se adaptará un triplete con valores similares de distancia focal.

Para el doblete, partimos del esquema de un doblete acromático de primera lente simétrica, fusionada a la segunda, como en la Figura 3.4.2. Establecemos una focal de 20. Para la primera lente damos valores de radios de 12 y un índice $n = 1.55$. y número de Abbe $V = 75$, es decir, un vidrio poco dispersivo. Usamos un valor típico de índice *flint* para la segunda lente, $n = 1.62$. Realizando los cálculos con lentes delgadas, teniendo en cuenta la condición de estar unidas, se llega a una segunda lente tipo menisco con radios izquierdo $R_1 = -12$ y derecho $R_2 = -62$. Su número de Abbe para cumplir la condición de acromatismo es $V = 34.1$.

Seguidamente, se seleccionan los materiales más adecuados para aproximarnos a los índices de refracción y los números de Abbe obtenidos: para la primera lente se encuentra el vidrio S-FSL5, y para la segunda el STIM1.

A la hora de introducir los parámetros del doblete en Zemax se deben realizar algunos ajustes. En primer lugar, los valores de n y V no son exactamente iguales, con lo que las potencias cambiarán ligeramente respecto a los valores del diseño. Además, se les da a las lentes una dimensión y un espesor 0.7. Finalmente, se las separa 0.1 para facilitar la acción de optimización del programa. Este sistema, descrito en la Tabla 3.4.1, tiene una focal de 25.6, bastante diferente a la original de 20, lo cual no importa mucho ya que nos basta con igualar la focal del singlete a ese valor para hacer la comparación.

#	Surface Type	Comment	Radius	Thickness	Material	Coating	Clear Semi-Dia	Chip Zone	Mech Semi-Dia	Conic	TCE x 1E-6
0	OBJECT	Standard ▼	Infinity	Infinity			Infinity	0,000	Infinity	0,0...	0,000
1	STOP	Standard ▼	Infinity	8,000			0,500	0,000	0,500	0,0...	0,000
2	Standard ▼	Primera lente	12,000	0,700	S-FSL5		1,938	0,000	1,962	0,0...	-
3	Standard ▼	Separacion peque...	-12,000 P	1,000E-...			1,962	0,000	1,962	0,0...	0,000
4	Standard ▼	Segunda lente	-12,000 P	0,700	S-TI...		1,962	0,000	2,021	0,0...	-
5	Standard ▼		-62,000	10,000			2,021	0,000	2,021	0,0...	0,000
6	IMAGE	Standard ▼	Infinity	-			2,973	0,000	2,973	0,0...	0,000

Tabla 3.4.1: Características de las lentes del doblete.

Una vez optimizado, se busca un singlete que tenga la misma focal que todo el sistema anterior, $f' = 25.6$. Para ello se escoge el mismo material que la primera lente del doblete (el menos dispersivo), y fija uno de los radios en un valor del mismo orden que los de la primera lente del doblete, pues, si estos variasen demasiado, el sistema podría ver sus dimensiones cambiadas drásticamente. Tras esto, se varía el otro, optimizando el diseño y llegando a la focal deseada. Los parámetros obtenidos para el singlete equivalente se muestran en la Tabla 3.4.2.

	Surface Type	Comment	Radius	Thickness	Material	Coating	Clear Semi-Dia	Chip Zone	Mech Semi-Dia	Conic	TCE x 1E-6
0	OBJECT Standard ▾		Infinity	Infinity			Infinity	0,000	Infinity	0,0...	0,000
1	STOP Standard ▾		Infinity	24,803			0,630	0,000	0,630	0,0...	0,000
2	Standard ▾		37,205 V	2,170	S-FS...		5,064	0,000	5,142	0,0...	-
3	Standard ▾		-18,602 V	31,004			5,142	0,000	5,142	0,0...	0,000
4	IMAGE Standard ▾		Infinity	-			4,514	0,000	4,514	0,0...	0,000

Tabla 3.4.2: Lente equivalente al doblete.

En la Figura 3.4.3 se muestran los diagramas de Seidel obtenidos con Zemax para el doblete y para el singlete equivalente, que reflejan las aberraciones primarias para las diferentes superficies que componen cada sistema. En la columna de la derecha se representan las aberraciones totales del sistema.

Puede verse la sustancial mejora que se obtiene al pasar de un sistema de una lente a otro compuesto por dos lentes, no sólo para la cromática, algo esperable dada la condición de inicio que habíamos impuesto, sino para el resto de las aberraciones. Esto último es debido al proceso de optimización que hace Zemax®, pero es posible gracias a que la nueva lente introduce los grados de libertad necesarios.

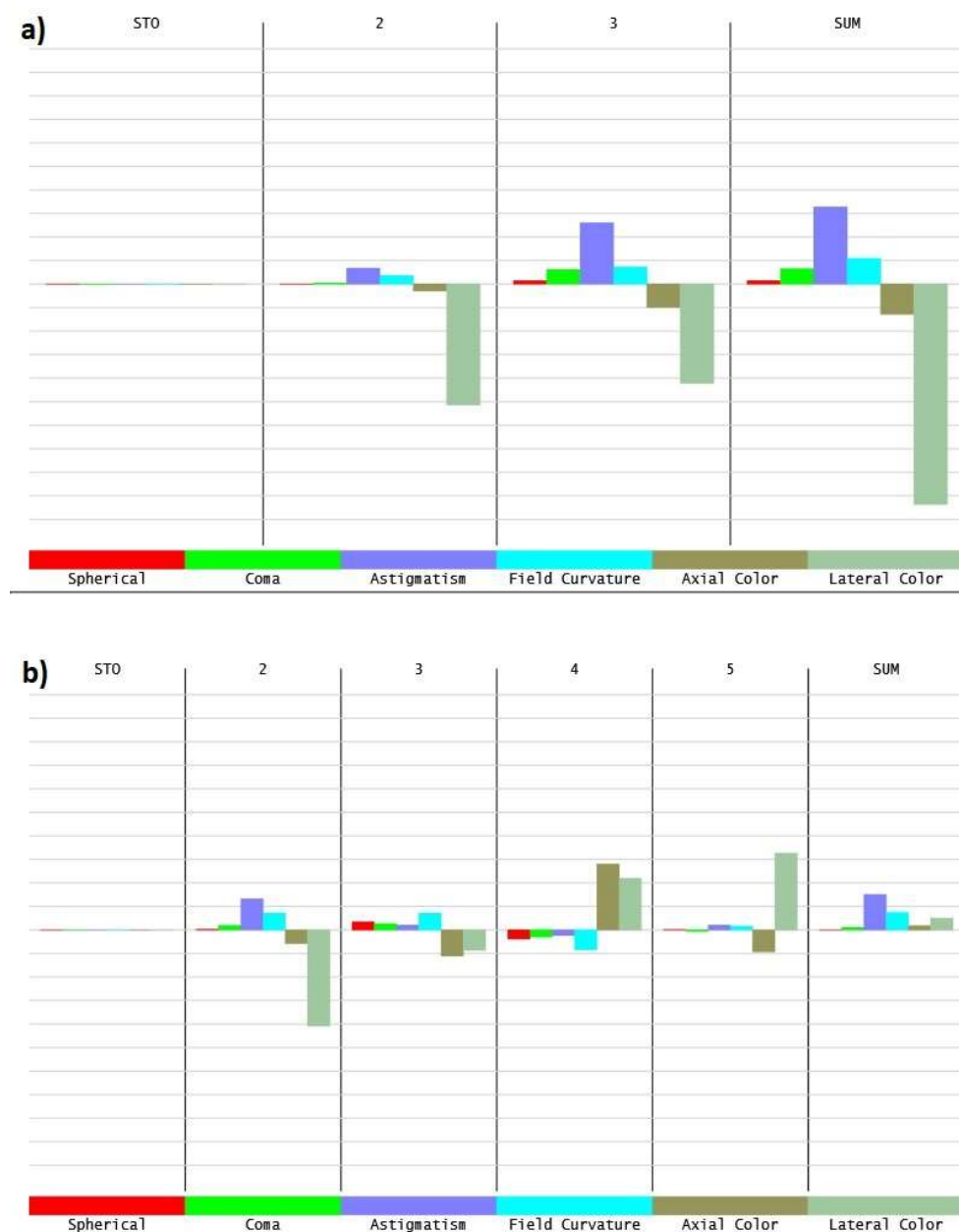


Figura 3.4.3: Diagramas de Seidel para las superficies del singlete (a) y el doblete (b) de focal 25.6mm. La columna SUM (derecha del todo) indica las aberraciones totales. El espaciado entre líneas es de $3 \cdot 10^{-4}$.

A continuación, se van a comparar estos resultados con los de un sistema de tres lentes, o triplete. Para el diseño inicial se parte de un triplete ya existente con materiales establecidos^[3.4.2]. A continuación lo adaptamos a la distancia focal $f'=25.6\text{mm}$, la misma que se obtuvo para el doblete, mediante la modificación (escalado geométrico) de los radios y espesores. Los valores obtenidos se muestran en la Tabla 3.4.3. Los resultados para el diagrama de Seidel de este sistema se pueden ver en la Figura 3.4.4.

	Surface Type	Comment	Radius	Thickness	Material	Coating	Clear Semi-Dia	Chip Zone	Mech Semi-Dia	Conic	TCE x 1E-6
0	OBJECT	Standard ▾	Infinity	Infinity			Infinity	0,000	Infinity	0,0...	0,000
1	STOP	Standard ▾	Infinity	8,000			0,500	0,000	0,500	0,0...	0,000
2	Standard ▾		29,243 V	0,469	SK6		1,922	0,000	1,949	0,0...	-
3	Standard ▾		-25,210 V	0,234			1,949	0,000	1,949	0,0...	0,000
4	Standard ▾		-25,210 V	0,469	SF2		1,969	0,000	2,021	0,0...	-
5	Standard ▾		25,210 P	0,234			2,021	0,000	2,021	0,0...	0,000
6	Standard ▾		25,210 P	0,469	SK6		2,066	0,000	2,093	0,0...	-
7	Standard ▾		-29,243 P	10,000			2,093	0,000	2,093	0,0...	0,000
8	IMAGE	Standard ▾	Infinity	-			3,038	0,000	3,038	0,0...	0,000

Tabla 3.4.3: Valores de radio, espesor y material de cada superficie que compone el triplete equivalente.

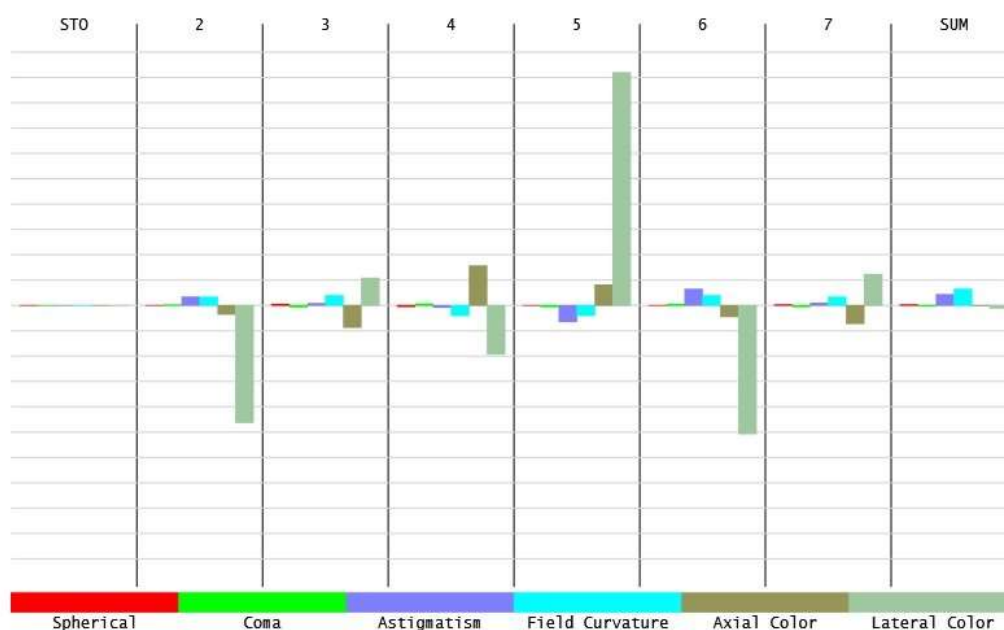


Figura 3.4.4: Diagrama de Seidel de cada superficie del triplete equivalente. La columna SUM (derecha del todo) indica las aberraciones totales. El espaciado entre líneas es de $3 \cdot 10^{-4}$.

A simple vista se pueden entrever algunas mejoras, pero el cambio de escala, unido a lo reducido de algunos valores hacen difícil la comparación. Por lo tanto, en la Figura 3.4.5 se muestran los ratios de los valores de las aberraciones para el singlete/doblete y para el doblete/triplete, incluyendo la distorsión, que tenía valores demasiado elevados como para ser representados en las Figuras 3.4.3 y 3.4.4.

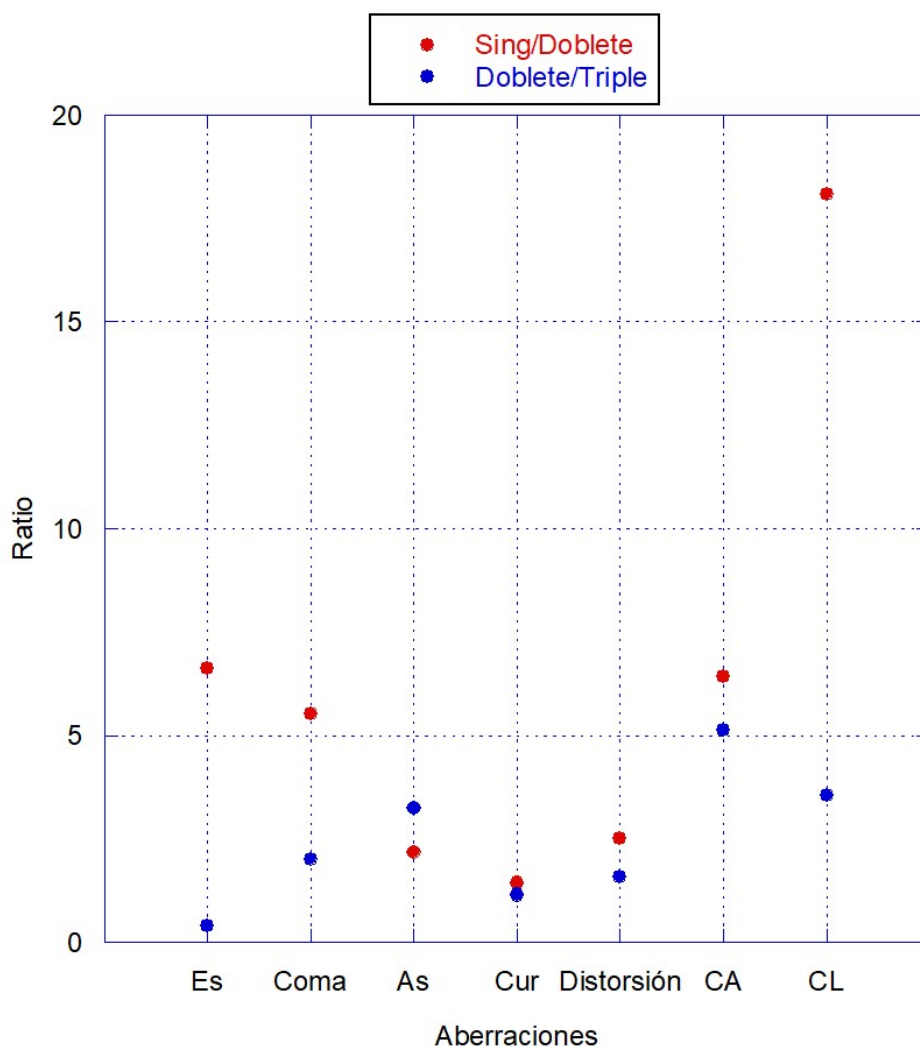


Figura 3.4.5: Relaciones entre la magnitud de las aberraciones del singlete entre las del doblete (rojo) y las de este entre las del triplete (azul). Es = Esférica; As = Astigmatismo; Cur = Curvatura; CA = Cromática axial; CL = Cromática lateral.

Como puede verse, la mejora que supone el paso a doblete en el caso de la cromática lateral se aproxima a un orden de magnitud respecto a la que supone el paso a triplete. Algo similar ocurre con la esférica, cuya corrección suele ir asociada a la cromática, llegando a hablarse de esférico-cromática en ocasiones. No sólo eso, exceptuando el astigmatismo, la corrección relativa del doblete supera siempre a la del triplete. Está claro que el triplete refina el sistema, pero no representa una mejora relativa tan importante como el pasar de una lente a dos.

Esta mejora generalizada es un resultado un tanto inesperado, pues, como conviene recordar, el paso al doblete tenía el objetivo de eliminar la aberración cromática. Si bien era razonable esperar una corrección de otras aberraciones, puede verse claramente que el mero hecho de colocar otra lente supone el paso más importante también en la corrección de otras aberraciones. Es decir, lo hace mejor que el siguiente incremento de complejidad.

3.5 Estudio de la acomodación en el ojo humano.

El ojo es el sistema óptico de dos lentes por antonomasia, siendo un ejemplo claro de la naturaleza llegando a un sistema de dos lentes cuya flexibilidad le permite adaptarse a distintas distancias modificando su propia focal mediante la variación de los radios de curvatura del cristalino^[3.5.1].

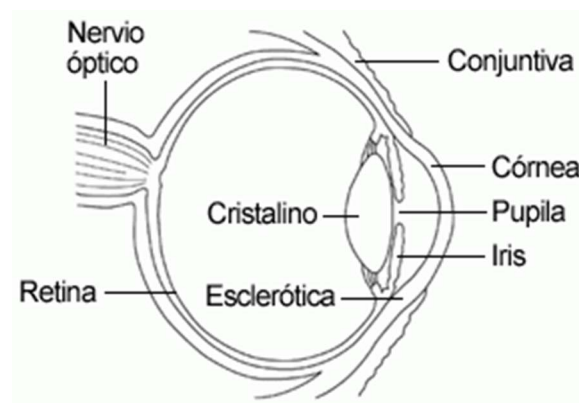


Figura 3.5.1: Esquema de un ojo humano^[3.5.2].

En la Figura 3.5.1 se muestra un esquema del ojo humano en el que pueden verse sus diferentes componentes como: la pupila, que limita la entrada de luz; el iris, que comunica sus dos partes; la esclerótica, que protege el ojo; y la conjuntiva, que lo lubrica. Si bien cada uno de estos tiene una función a nivel biológico, nos vamos a centrar en el estudio de las partes que forman el sistema óptico del ojo: la córnea y el cristalino, que se comportan como lentes, y la pantalla sobre la que “proyectan”, la retina. La córnea, delante de la pupila, recoge la luz exterior y la focaliza en un punto dentro del ojo, más

allá del cristalino. Esta segunda lente focaliza los rayos en la retina, desde donde se envía la información de la misma a los centros de visión del cerebro a través del nervio óptico. La córnea comunica directamente con el aire exterior, pero entre ella y el cristalino se encuentra el humor acuoso, cuya función es oxigenar las zonas sin flujo sanguíneo. El espacio entre el cristalino y la retina está relleno de humor vítreo, que mantiene la estructura ocular. Las diferentes refracciones que experimenta la luz a través de la córnea y el cristalino están representadas en la Figura 3.5.2. En un esquema de ojo relajado, como el de dicha figura, los rayos incidentes son llevados desde un hipotético objeto en el infinito a la retina.

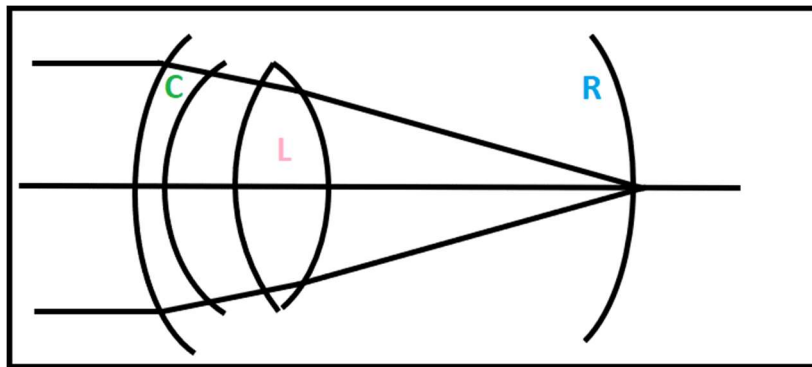


Figura 3.5.2: Trazado de rayos a través del sistema óptico del ojo. C representa la córnea; L, el cristalino (de *lens*, su denominación en inglés) y R, la retina.

El objetivo de este estudio es analizar el comportamiento del ojo como sistema óptico, centrándonos en la capacidad de acomodación que consigue variando su potencia. Para ello, partimos de los datos del modelo de ojo completo de Y. Le Grand y S.G. el Hage^[3.5.1] (Tabla 3.5.1).

Nombre de la variable		Valor
Radio/mm	Superficie anterior de la córnea	7.8
	Superficie posterior de la córnea	6.5
	Superficie anterior del cristalino	10.2
	Superficie posterior del cristalino	-6
Posición respecto de la superficie anterior de la córnea/mm	Superficie posterior de la córnea	0.55
	Superficie anterior del cristalino	3.6
	Superficie posterior del cristalino	7.6
	Retina	24.2
Índice de refracción	Córnea	1.3771
	Cristalino	1.42
	Humor acuoso	1.3374
	Humor vítreo	1.336

Tabla 3.5.1: Parámetros oculares del modelo de ojo completo de Le Grand-El Hage^[3.5.1].

A partir de estos datos, y aplicando las ecuaciones (2.8) y (2.13)-(2.15), explicadas en el Capítulo 2, pueden determinarse los planos principales y los puntos focales de todo el sistema. Considerando objetos e imágenes en el infinito, es posible conseguir las distancias focales imagen y objeto en base a la ecuación del Invariante de Abbe (Eq.2.8). La Tabla 3.5.2 muestra los resultados obtenidos para dichas focales y los planos principales del sistema.

Con estos valores como punto de partida se puede hallar la posición de la imagen paraxial de cualquier objeto utilizando la Ec. 2.11. A continuación, variamos la distancia, acercando el objeto a una distancia de 70 cm (distancia intermedia) y a una distancia de 25 cm (correspondiente al punto próximo del ojo). Los resultados obtenidos para la separación S entre la imagen y la última superficie del cristalino son los siguientes:

$$s = 70 \text{ cm} \rightarrow S = 17.035 \text{ mm}$$

$$s = 25 \text{ cm} \rightarrow S = 18.180 \text{ mm}$$

Superficie	f	f'	H₁H	H'₂H'
Superficie anterior de la córnea	-20.684	28.484		
Superficie posterior de la córnea	225.470	-218.970		
Córnea	-23.609	31.575	-0.0576	-0.6097
Superficie anterior del cristalino	-165.150	175.35		
Superficie posterior del cristalino	-101.429	95.429		
Cristalino	-61.409	61.344	2.422	-1.399
Sistema ocular completo	-16.722	22.199	1.656	-4.303

Tabla 3.5.2: Posición de los planos principales y distancias focales de la córnea, el cristalino y el sistema ocular completo, expresadas en mm, para el modelo de ojo teórico de Le Grand-El Hage.

Para contextualizar estos datos tenemos que tener en cuenta que la distancia S entre el cristalino y la imagen de un objeto en el infinito es de 16.6 mm. Por lo tanto, a medida que se acerca el objeto, su imagen se forma más lejos (detrás de la retina), como es lógico en un sistema convergente. En la Figura 3.5.3, se muestran los trazados de rayos a través del sistema ocular y los diagramas de impactos en la retina para los objetos situados a las tres distancias y un diámetro pupilar de 2 mm. Se puede observar como la imagen se va desenfocando a medida que se acerca el objeto.

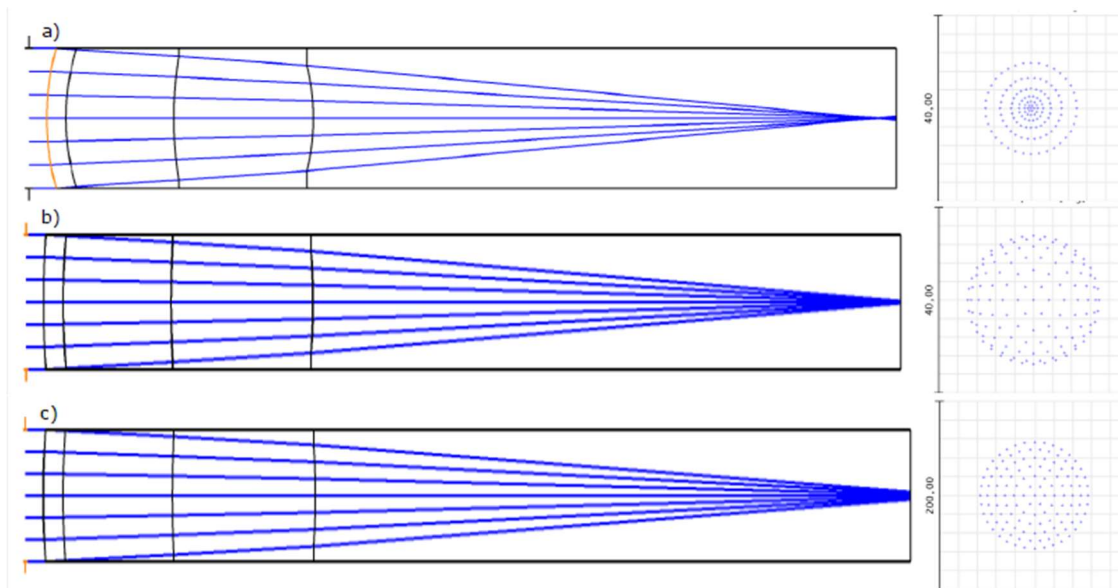


Figura 3.5.3: Trazado de rayos y diagramas de impacto en la retina de un objeto colocado a una distancia de la córnea de: infinito (a), 70 cm (b) y 25 cm (c). Se considera un diámetro pupilar de 2 mm y la escala del diagrama de impactos está en μm .

Debido a que podemos ver con relativa facilidad a varias distancias, queda claro que el ojo tiene un sistema propio para luchar contra este fenómeno inherente a cualquier sistema convergente. El mecanismo de acomodación del ojo humano se basa en la modificación de la forma del cristalino, aumentando la curvatura de ambas superficies, lo que conlleva un aumento de su potencia (ver Figura 3.5.4).

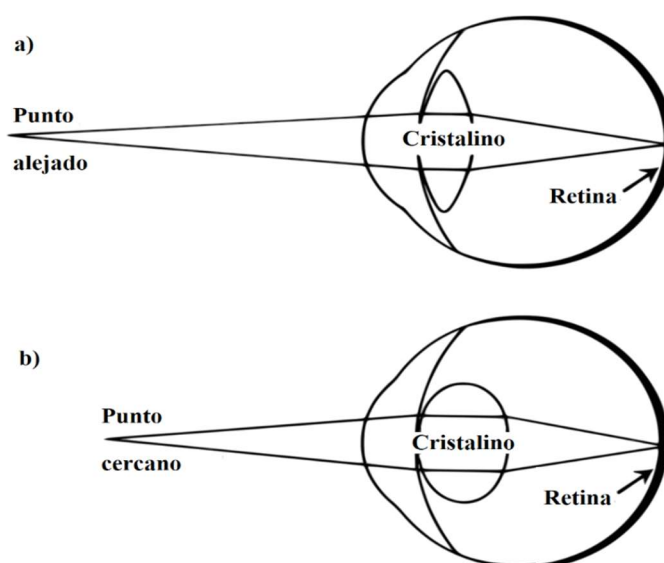


Figura 3.5.4: Esquema ilustrativo de acomodación del ojo para objetos lejanos (a) y cercanos (b)^[3.5.3].

Para modelizar este mecanismo, se procederá a cambiar los radios para conseguir colocar la imagen paraxial de los objetos situados a 70 y 25 cm sobre la retina. Para seguir un criterio razonable y tener los dos radios controlados, se va a suponer que los dos radios varían de la misma forma. Se va a calcular el factor A por el cual se multiplican ambos para que la imagen paraxial del objeto esté en la retina. Por ejemplo, si $A = 3$, los dos radios se han triplicado.

Para la resolución matemática del problema se parte de la Ec. 2.11, la cual nos permite conocer la posición de la imagen del sistema a partir de la focal. Con esto, se estudia la variación de la posición de la imagen a' con el factor A , teniendo la meta de que la distancia entre el plano principal imagen del cristalino H'_2H y la retina, denotada por HR , sea igual a a' , es decir, la imagen paraxial que genera el cristalino con los radios modificados por A quede exactamente en la retina.

La realización de este cálculo no es trivial, ya que, como puede derivarse de la Ec. 2.8, las focales de los dos dioptrios que conforman el cristalino dependen de sus radios, con lo que la focal total f' quedaría modificada también (ver Ec. 2.13). No solo eso, sino que HR también tiene una pequeña dependencia no lineal con A , consecuencia de la Ec. 2.14 al sustituir los nuevos f'_1 y f'_2 que resultan de aplicar A (pues queda el factor e , que en este caso es constante).

La primera forma de resolverlo es mediante la “fórmula del fabricante lentes” vista en la Ec. 2.10. Teniendo en cuenta que los valores para el primer y segundo dioptrio del cristalino son $f'_1 = 175.35$ mm y $f'_2 = -101.43$ mm, respectivamente, y que estos valores son de dos órdenes superiores al del espesor $e = 4$ mm, se puede despreciar este último valor y aplicar la fórmula aproximada para lentes delgadas. En consecuencia, si se cambian los radios de una lente R_1 y R_2 por $R'_1 = R_1 \cdot A$ y $R'_2 = R_2 \cdot A$, se obtiene una relación directamente proporcional entre f' y A . Además, para evitar la dependencia de a' con H'_2H se considera que la posición de este último no cambia al modificar los radios.

Con esta aproximación, se obtienen los resultados $A = 0.910$ y $A = 0.784$ para 70 y 25 cm, respectivamente. Para comprobar su validez, hallamos f' y H'_2H con la aproximación y sin ella, comparando ambos resultados. El valor original de H'_2H es de -1.399 mm.

a) $A = 0.910$.

- Aproximado: $f' = 54.14$ mm, $H'_2H = -1.38$ mm.
- Exacto: $f' = 55.00$ mm, $H'_2H = 1.40$ mm.

b) $A = 0.78$.

- Aproximado: $f' = 47.40$ mm, $H'_2H = -1.38$ mm.
- Exacto: $f' = 48.29$ mm, $H'_2H = -1.41$ mm.

Como puede comprobarse, la variación en la posición del plano principal imagen es de alrededor del 1%. Por otro lado, la diferencia entre el valor real y el aproximado de f' es de menos del 2%. Con todo esto, se considera que la aproximación realizada es válida.

El segundo método utilizado para resolver este problema es la representación gráfica. Mediante la herramienta de cálculo Octave, se establece un rango de valores de A desde 0.5 hasta 1.0, con valores crecientes en pasos de 0.01. Con esto, se representan las distancias HR y a' en función del factor de forma A (Figura 3.5.6), de forma que su punto de corte proporcionaría la solución.

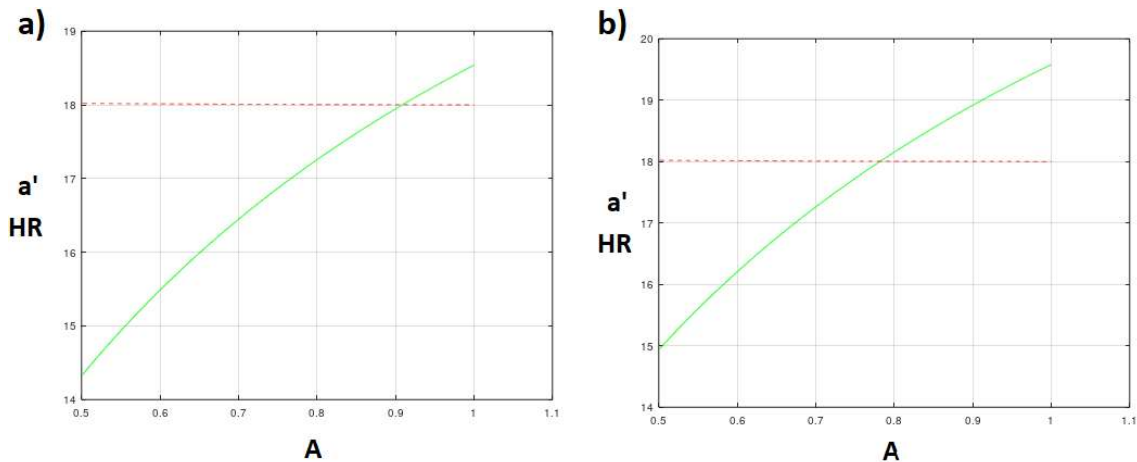


Figura 3.5.6: a' y HR en mm frente a A para 25 cm (a) y 70 cm (b). a' se presenta en verde y HR en rojo.

Como resultado al método gráfico, se obtienen los valores de $A = 0.909$ y $A = 0.788$ para 70 y 25 cm, respectivamente. Como se puede observar, los valores obtenidos para el factor A son prácticamente idénticos para ambos métodos.

Los factores de variación obtenidos son menores que la unidad, lo que implica, como era de esperar, una disminución de los radios del cristalino para enfocar (aumento de curvatura y por tanto de potencia). En la Figura 3.5.7, se muestran los trazados de rayos correspondientes a los radios modificados mediante los factores de forma $A = 0.78$ y $A = 0.91$, correspondientes al enfoque de un objeto situado a 25 cm y a 70 cm respectivamente. Estos resultados se comparan con el ojo enfocado a infinito para dilucidar si hay o no una mejora. Como puede comprobarse, los diagramas de impactos obtenidos son similares al del objeto en el infinito (Figura 3.5.3. a) y se corresponden con la distribución de luz en el plano de la imagen paraxial. Cabe destacar, la clara disminución de tamaño del diagrama de impactos del objeto a 25 cm, de alrededor de un orden de magnitud.

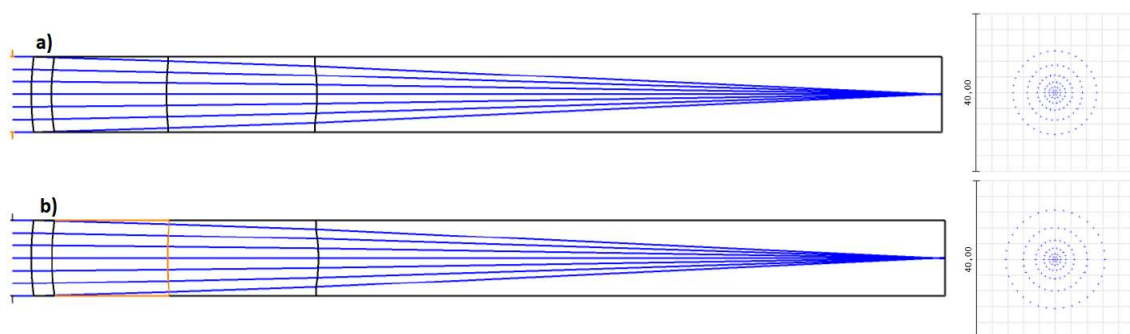


Figura 3.5.7: Trazado de rayos para un ojo enfocando un objeto a 70 cm (a) y 25 cm (b). Se considera un diámetro pupilar de 2 mm y la escala del diagrama de impactos está en μm .

Es de especial interés comparar este mecanismo con el mecanismo de enfoque de una cámara fotográfica, que implicaría una especie de zoom mecánico en el que el cristalino se mueve. Esto se suele ver en zooms fotográficos, que, con una combinación de lentes, positiva y negativa, puede cambiar su distancia focal (ver Figura 3.5.8).

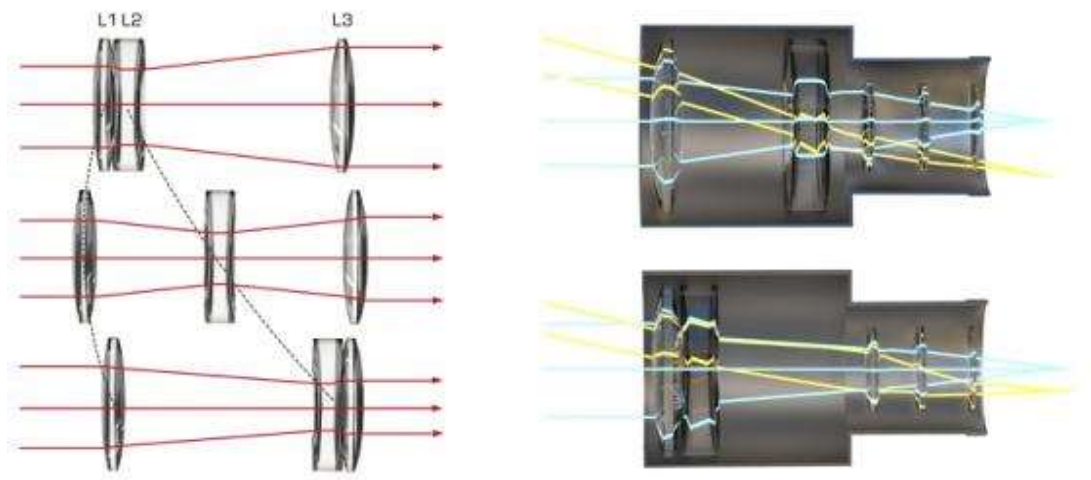


Figura 3.5.8: Esquema de un zoom fotográfico, donde se puede ver cómo varía la altura de la imagen en función del desplazamiento de las lentes internas del sistema^[3.5.4].

Viendo el comportamiento de dicho componente, vamos a intentar trasladarlo al ojo para comparar el coste mecánico de desplazar una de las lentes con “abombarla”. Para ello, consideramos que la córnea queda inmóvil, moviendo el cristalino para focalizar en la retina las imágenes de los objetos ya estudiados (Figura 3.5.9).

Para hallar el desplazamiento se aplican las relaciones mostradas en Ec. 2.13-2.15 para obtener los planos principales de la córnea y el cristalino, considerándolas lentes gruesas separadas una distancia D conocida (para el modelo de ojo teórico utilizado $D = 3.05$ mm). Con esto, usamos la Ec. 2.11 para tratar el paso por cada uno de los dos sistemas, imponiendo que a' en el cristalino ha de ser la distancia entre el plano principal imagen H'_2 del mismo y la retina.

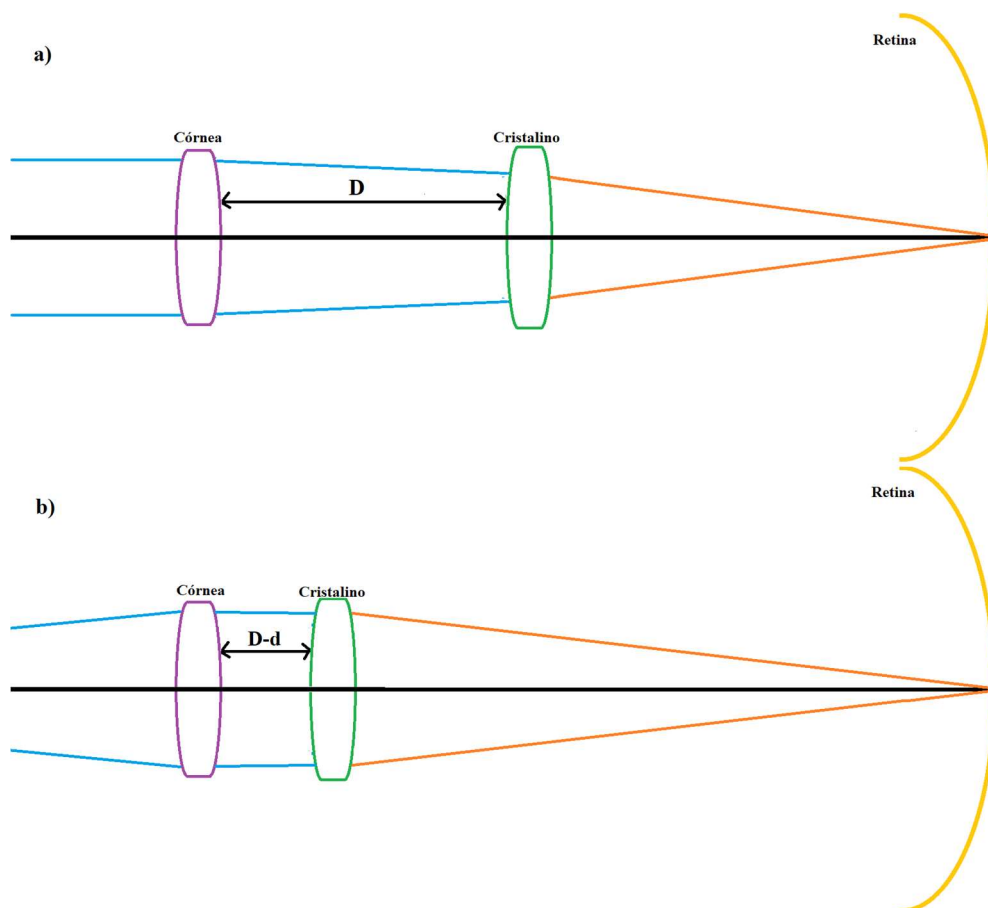


Figura 3.5.9: Desplazamiento d (en este esquema, negativo) del cristalino para enfocar un objeto en el infinito (a) y otro a una distancia limitada (b).

El desplazamiento d obtenido es de 1.03 y 2.87 mm en los casos de objetos a 70 y 25 cm, respectivamente. Por ende, trasladar el comportamiento de una cámara al ojo conlleva un desplazamiento relativamente elevado, que, teniendo en cuenta la Figura 3.5.1, dejaría al iris sin espacio y cortaría el sistema de limpieza de los humores del ojo, el cual regula además la presión intraocular. Es por eso por lo que, a pesar de enfocar bien, como se puede ver en la Figura 3.5.10, este sistema no es viable para un ojo real. A la vista de estos resultados, podemos concluir que el método de variación de radios del cristalino, si bien es más complejo desde un punto de vista estructural (ya que exige un músculo que “abombe” el cristalino) es más eficiente a la hora de focalizar la imagen de cualquier objeto en la retina, mientras que al variar la distancia intersticial se llega a un límite físico.

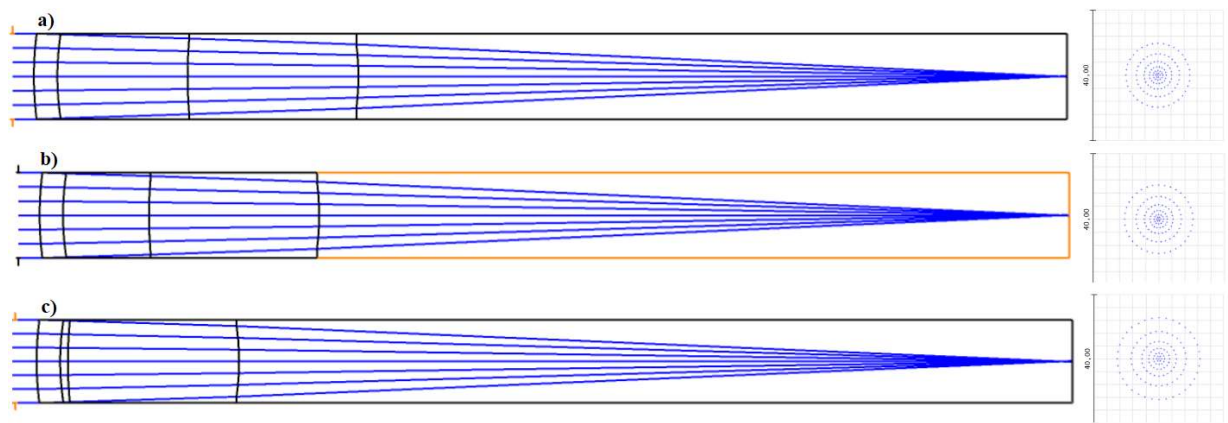


Figura 3.5.10: Trazado de rayos para un ojo enfocando estilo zoom, acompañados de sus diagramas de impactos, a infinito (a), 70 cm (b) y 25 cm (c). Se considera un diámetro pupilar de 2 mm y la escala del diagrama de impactos está en μm .

4. Conclusiones

En el presente Trabajo se han analizado diferentes sistemas de dos lentes con el fin de mostrar la enorme importancia que tienen respecto al punto de partida de una sola lente. Pasar de una a dos lentes es el primer paso natural en el camino hacia sistemas más complejos, y también es el más importante en cuanto a beneficio obtenido respecto a los pasos que conducen a sistemas de 3 o más lentes. Dicho beneficio no sólo se presenta como una mejora del comportamiento (como es el caso del doblete acromático) o del rango útil (como ocurre con la lente de campo y el ocular) sino que incluso puede suponer una nueva funcionalidad (como en el caso de un telescopio).

Este análisis se ha realizado tanto utilizando los principios y ecuaciones de la óptica paraxial, como desde un punto de vista más exacto, mediante el uso de un software de trazado de rayos, como es el ZEMAX Optics Studio. Estas herramientas nos han permitido trabajar con distintos diseños tratando de analizar, y maximizar, en algunos casos, el beneficio que aporta la segunda lente. A modo de resumen, los resultados obtenidos para cada instrumento quedan ilustrados en la Tabla 4.1.

Montaje	Beneficio
Telefoto	$TR < 1$, desacoplando la distancia focal y la longitud del instrumento, y al mismo tiempo mejorando la calidad de la imagen.
Telescopio y Microscopio	Capacidad de observar con el ojo -anteponiendo sólo un instrumento- objetos muy lejanos (telescopio) o muy pequeños (microscopio), con un aumento visual útil que puede llegar a alcanzar un valor entre [100-1000]
Lente de campo	Gran aumento del campo de iluminación plena de un ocular, que puede incrementarse por un factor de hasta varias decenas.

Doblete acromático	Reducción tanto de la aberración cromática como del resto de las aberraciones primarias, mejorando las prestaciones en objetivos y oculares de diversos instrumentos.
Ojo con cristalino	Capacidad de modificar la potencia del sistema para observar objetos situados a varias distancias, mediante el mecanismo de acomodación del cristalino (capaz de variar la curvatura en lugar de las distancias internas).

Tabla 4.1: Mejora de las funcionalidades de cada sistema con respecto al montaje original.

Es interesante comentar que algunos de estos sistemas de dos elementos se combinan en un mismo instrumento. Por ejemplo, en un ocular es típico que tanto la lente ocular como la de campo sean dobletes, con lo que aparece un diseño de cuatro lentes en “dos parejas”.

Con todo lo dicho, ha habido sistemas muy interesantes que no se han llegado a abordar:

* Por ejemplo, no se ha contemplado explícitamente el caso del zoom (un objetivo capaz de variar su potencia modificando sus distancias internas). Indirectamente sí se ha hecho, ya que el caso del telefoto es el caso más sencillo para conseguir dicha variación de focal, pero lo cierto es que un zoom, incluso un diseño sencillo, necesitaría un número de lentes superior para tener un diseño realista.

* Otro caso interesante que ha quedado pendiente es el del proyector, para el que hacen falta dos lentes que reparten sus funciones: una lente colectora, para enviar luz de la fuente hacia el objeto a proyectar, y otra proyectora, que forma la imagen sobre una pantalla.

* En el caso de los objetivos de los telescopios reflectores, parece que el paso de uno a dos elementos ha sido crucial desde su propuesta inicial (en el telescopio de Newton un espejo plano sacaba la imagen lateralmente hacia el ocular) hasta nuestros tiempos (el objetivo del Hubble tiene un objetivo compuesto de un primario y un secundario, ambos

hiperboloides). El diseño más popular de reflector, el Cassegrain, es un objetivo de dos espejos.

*También un expansor (un instrumento para expandir un haz estrecho, como el que emite habitualmente un láser) es un instrumento de dos lentes con sus focos acoplados.

Además, por supuesto, se podría profundizar más en los sistemas que hemos abordado. Por ejemplo, el estudio del sistema ocular se podría completar utilizando modelos de ojo más completos y realistas, como los que consideran dioptrios esféricos. También la optimización del ocular podría realizarse de forma más exhaustiva introduciendo como variables también su posición y su diámetro, además de su focal.

Tanto los sistemas no estudiados como los que demandan un estudio más detallado constituyen un buen punto de partida para otros estudios posteriores.

5. Bibliografía

[1.1.1] LINDBERG, D.C. 1967. Alhazen's Theory of Vision and Its Reception in the West. *Isis*, **58**(3), pp. 321-341. Disponible en:

<http://www.jstor.org/stable/227990>

[1.1.2] ENOCH, J. 2000. First known lenses originating in Egypt about 4600 years ago! *Hindsight*, 31(2): 9-17. PMID: 11624467.

[1.1.3] STANFORD ENCYCLOPEDIA OF PHILOSOPHY [sitio web]. 2020. Roger Bacon [consulta 14 octubre 2020]. Disponible en:

<https://plato.stanford.edu/entries/roger-bacon/>

[1.1.4] HENRY, C. K. *The History of the Telescope*. 1st ed. High Wycombe, Bucks. ISBN: 0-486-43265-3.

[1.1.5] MURPHY, D. B.; Davidson, M. W. (2011). *Fundamentals of light microscopy and electronic imaging*. 2nd ed. Oxford: Wiley-Blackwell. ISBN: 978-0471692140.

[1.1.6] HOCKEY, T. 1999. *Galileo's Planet: Observing Jupiter Before Photography*. 1st ed. IOP Publishing Ltd. ISBN: 0-7503-0448-0.

[1.1.7] ENCYCLOPEDIA BRITANNICA [sitio web]. 2020. John Dollond [consulta 14 octubre 2020]. Disponible en:

<https://www.britannica.com/biography/John-Dollond>

[1.1.8] DONG P.; CHEN Q. 2018. *LiDAR Remote Sensing and Applications*. 1st ed. CRC Press. ISBN: 978-1-138-74724-1.

[1.1.9] WALKER, B. 2008. *Optical Engineering Fundamentals*. 2nd ed. Bellingham: SPIE Press. ISBN: 9780819475404.

[1.1.10] FISCHER, R. E. [et al.]. 2008. *Optical System Design*. 2nd ed. McGrawHill. Doi: 10.1036/0071472487.

[2.1.1] SMITH, W.J. 2008. *Modern Optical Engineering*. 4th ed. McGraw Hill. Disponible en: DOI: 10.1036/0071476873

[2.1.2] RAY S. F., 1988. *Applied Photographic Optics*. 1st ed. Dorset: KEYTEC. ISBN: 0-240-51226-X

[2.1.3] MOUROULIS P.; MACDONALD J., 1997. *Geometrical Optics and Optical Design*. 1st ed. Nueva York: Oxford University Press, Inc. ISBN: 0-19-508931-6.

[2.2.1] WIKIPEDIA [sitio web]. 2020. Spherical aberration y Coma (optics) [consulta 2 octubre 2020]. Disponible en:

https://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page

[2.2.2] HECHT, EIGENE. 2017. *Optics*. 5th ed. Pearson Education Limited. ISBN: 1-292-09693-4.

[2.2.3] SASIÁN, J. 2013. *Introduction to Aberrations in Optical Imaging Systems*. 1st ed. Nueva York: Cambridge University Press. ISBN: 978-1-107-0063-1

[2.3.1] ZEMAX [sitio web]. 2020. Zemax Knowledgebase [consulta 14 octubre 2020]. disponible en:

<https://my.zemax.com/en-US/Knowledge-Base/>

[3.1.1] Amazing Space, NASA [sitio web]. Galileo's refracting telescope (1609) [consulta 26 de septiembre de 2020]. Disponible en:

<http://history.amazingspace.org/resources/explorations/groundup/lesson/basics/g8a/>

[3.1.2] SMITH, W.J. 1997. *Practical Optical System Layout and Use of Stock Lenses*. 1st ed. McGraw Hill. ISBN: 0-07-059254-3

[3.1.3] NIKON [sitio web]. 2001. Nikkor Telephoto Lenses at 300mm focal Length. [consulta 9 de septiembre de 2020]. Disponible en:

<https://www.mir.com.my/rb/photography/companies/nikon/nikkoresources/telephotos/300mm.htm>

- [3.1.4] GREIVENKAMP, J. E. 2004. *Field guide to Geometrical Optics*. 1st ed. Washington: SPIE – The International Society for Optical Engineering. ISBN: 0-8194-5294-7.
- [3.1.5] LUO K. [et al.]. 2014. Design of telephoto superachromatic focusing objective used formeasuring laser beam divergence. *Elsevier, Optik* **127**(3), pp. 1027-1029.
Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2015.09.018>
- [3.2.1] TIENDA TELESCOPIOS [sitio web]. Telescopios Refractores [consulta 26 de septiembre de 2020]. Disponible en:
<http://www.telescopios.org/tienda/grupo.php?g=tipo&tipo=refractor>
- [3.2.2] DISCOURSE [sitio web]. Telescopios Refractores [consulta 26 de septiembre de 2020]. Disponible en:
<https://ask.learncbse.in/t/draw-a-labelled-ray-diagram-of-a-compound-microscope-and-explain-its-working/64260>
- [3.2.3] REISS, M. 1943. The Design of a Telephoto-Magnifier. *Journal of the Optical Society of America*, **33**(12), pp 641-651.
- [3.3.1] RAMÍREZ, G.; 1998. *Teoría General de Instrumentos Ópticos*. 1st ed. Edicions UPC.
- [3.4.1] PHOTOGRAPHY LIFE [sitio web]. 2019. What is Chromatic Aberration? [consulta 2 octubre 2020]. Disponible en:
<https://photographylife.com/what-is-chromatic-aberration>
- [3.4.2] PHILLIP K POON [sitio web]. Designing a Cooke Triplet [consulta 10 octubre 2020]. Disponible en:
<http://phillipkpoon.net/jekyll/update/2017/02/27/Designing-A-Cooke-Triplet.html>
- [3.5.1] LE GRAND, Y.; EL HAGE S.G. 1980. *Physiological Optics*. 1st. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. ISBN: 978-3-662-13501-3.

[3.5.2] NATIONAL EYE INSTITUTE [sitio web]. 2019. Diagrama del ojo [consulta 7 septiembre 2020]. Disponible en:

<https://www.nei.nih.gov/learn-about-eye-health/en-espanol/diagrama-del-ojo>

[3.5.3] WIKIMEDIA COMMONS [sitio web]. 2008. Accommodation (PSF) [consulta 12 octubre 2020]. Disponible en:

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Accommodation_\(PSF\).svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Accommodation_(PSF).svg)

[3.5.4] HYPERION OPTICS [sitio web]. 2020. Zoom Lenses [consulta 13 octubre 2020]. Disponible en:

<http://www.hypoptics.com/lens-assembly/zoom-lenses.html>

6. Agradecimientos

Dedicado a mi familia por apoyarme en una época difícil.

Dedicado a mis amigos por hacerme reír en los peores momentos.

Dedicado a Chema y Lola por su empeño y paciencia.

Dedicado a Eddie Van Halen por permitirme mantener el rendimiento.

Dedicado a mí mismo por conseguirlo.

